

Coordonatori
ILEANA DOBLE
RODICA GLĂVAN
SORINA MIRON

PROBLEME DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
DE LA COPII PENTRU COPII

AUXILIAR DIDACTIC

Ediție revizuită și adăugită

EDITURA ȘCOALA VREMII

ARAD, 2022

ISBN 978-606-9067-87-1

ELEVII AUTORI DE PROBLEME:

AFRA GĂLUȚI CRISTINA

AILOAIE ȘTEFAN

AVRAM SARA

BĂLȘANU DIANA

BĂTRÂN RADDU

BERARIU ALEXANDRU

BOCOIOACĂ OVIDIU

BOKOR HENRIETTA

BONȚ DARIUS

BURACSIK ȘTEFANIA

BUȚIU-VESA LUCA

CABA BOGDAN

CANDREA DARIUS

CARLICIUC SEBASTIAN

CAZAN VLAD

CHEREȘ DARIUS

CHEREȘ FLAVIUS

COBRAC KARINA

COSTEA BRIANA

CRÎȘAN CĂLIN

CZANK DARIUS

DAMEAN LAVINIA

DAN – MEGYERI ANAMARIA

DANGELO VANESSA

DĂNILĂ MAIA

DEAC VLAD

DOMUȚA DANIEL

DUMITRAȘ DARIO
FLONTA AYAN
GALIȘ RAREȘ
HADA SONIA
HAMOODI AESHAH
HRISTOV MAIA
IACOB GIULIA
IGNUȚA DENISIA
JURCA RALUCA
KODORAN DAVID
LAZA DARIUS
LAZĂR SARA
MAN ANDREI
MARIN DALIA
MARINKOVITS BEATRICE
MASUT KARINA
MÂNDRILĂ RAREȘ
MESZAR TAMISA
MICU MIHAI
MIȘCA ANTONIA
MORAR BRIANNA
MORAR VLAD
MUREȘAN ROBERT
MUȘAT ANGELA
OPRIN OCTAVIA
ORZ PAULA
PANTEA GIULIA
PANTEA TEODORA
RĂSMIRIȚĂ RAUL
RENTZ MIRELA

RUJA SEBASTIAN
SĂDEANU DACIAN
SÂRBUȚ DRAGOȘ
SFÂRÂILĂ CRISTIAN
SIGARTĂU MĂLINA
SOILONCA GABRIEL
STĂNIA FABRIZIO
ȘANDRU PATRICIA
ȘEȘUREAC ALISIA
ȘTEF LORENA
ȘTIUBEI ANDREI
TAȘCĂU ALEXANDRA
TOMA DENIS
TRIF DEMIAN
TRIPON ARIANA
UNCRUȚ CASIAN
URSUȚIU-MANDOC DALIA
URSUȚIU-MANDOC JASMINE
VARADI ALEXANDRU
VARGA TIMEA
VLAD BOGDAN

ARGUMENT

*Motto: Cu cât un copil a văzut și a înțeles
mai mult, cu atât vrea el să vadă și
să înțeleagă mai mult.
(Jean Piaget)*

Auxiliarul didactic “Probleme de matematică și fizică de la copii pentru copii” a pornit de la obiectivul de bază al profesorilor de matematică și fizică de a-i face pe elevi să iubească aceste materii, să înțeleagă importanța lor pentru viață și necesitatea de a-și forma abilități și deprinderi care să faciliteze reușita lor în viitor.

Ideea ca elevii să fie conceptori de probleme și în același timp rezolvitori a venit din dorința ca elevii să achiziționeze cunoștințe într-un mod cât mai plăcut. Aceștia au fost fascinați de idee și au folosit cu succes cunoștințele acumulate..

Lucrarea este destinată elevilor din clasele V- VIII, este un auxiliar didactic care să vină în ajutorul profesorului la predare și al elevului la dobândire de cunoștințe.

Lucrarea este structurată în două părți mari: probleme de matematică și probleme de fizică.

Problemele din auxiliar pot fi date ca temă de casă, pot fi utilizate la predarea lecțiilor, la lecțiile de recapitulare sau la evaluarea curentă.

Meritul lucrării constă în faptul că problemele fiind concepute de elevi, au grad de dificultate mic sau mediu și au rezolvare completă ceea ce face accesibilă matematica și fizica tuturor elevilor. Textele problemelor sunt formulate prietenos fiind legate de activități cotidiene.

Lucrarea pune la dispoziția elevilor probleme din diverse capitole ale matematicii și fizicii menite să stimuleze interesul lor pentru studiu, să le dezvolte gândirea logică și capacitatea de a aplica cunoștințele de la ore în rezolvarea de probleme.

CUPRINS

Probleme de fizică pentru clasa a VII-a	6
Probleme de matematică pentru clasa a V-a.....	41
Probleme de matematică pentru clasa a VI-a	84
Probleme de matematică pentru clasa a VII-a	88
Probleme de matematică pentru clasa a VIII-a	94

PROBLEME DE FIZICĂ

1. Trei mașini se deplasează cu vitezele $v_1=10\text{m/s}$, $v_2=600\text{m/min}$, $v_3=36\text{km/h}$. Care dintre mașini se deplasează mai repede?

Rezolvare:

$$v_2=600\text{m/min}= 600\text{m} / 60\text{s}= 10\text{m/s}$$

$$v_3=36\text{km/h}.= 36000\text{m}/3600\text{s}=10\text{m/s}$$

cele trei mașini se deplasează cu aceeași viteză.

2. Doi bicicliști pornesc unul spre celălalt din două localități. Primul se deplasează cu viteza $v_1=14\text{km/h}$ cel de al doilea cu viteza $v_2=10\text{km/h}$. Distanța între localități este 48km. După cât timp se întâlnesc cei doi bicicliști?

Rezolvare:

$$d= v_1 \cdot t + v_2 \cdot t$$

$$t = d / (v_1+v_2)$$

$$t = 48\text{km} / (14\text{km/h} + 10\text{km/h}) = 2\text{h}$$

3. Mihai a cântărit un corp cu o balanță din laboratorul de fizică și a constatat că are masa $m=4\text{kg}$. Volumul corpului este 8dm^3 . Să se afle greutatea și densitatea corpului.

Rezolvare:

$$G= m \cdot g$$

$$G= 4\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 40\text{N}$$

$$\rho= m/V$$

$$\rho= 4\text{kg} / 0,008\text{m}^3=500\text{kg/m}^3$$

(Dan - Megyeri Anamaria – cls a VI-a B)

4. Tata este brutar și vrea să facă pâine. El are un sac de făină de 180kg. După ce a folosit o anumită cantitate în sac a rămas făină cu greutatea de 98N. Ajutați-l să afle câte kilograme de făină s-au consumat pentru pâine. ($g=9,8\text{N/kg}$).

Rezolvare:

$$m_2 = G/g \quad m_2 = 98\text{N} / 9,8\text{N/kg} = 10\text{kg}$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 = 180\text{kg} - 10\text{kg} = 170\text{kg}$$

5. Un copil vrea să își facă un pachet cu fructe pentru școală. El își pune un măr cu $m_1=150\text{g}$, un grepfruit cu $m_2= 0,3\text{kg}$, o banană cu $m_3=50000\text{mg}$, un kiwi cu $m_4=3,5\text{dag}$, fructele le-a pus într-o pungă de hârtie cu masa 70dg. Ce masă va avea pachetul său pentru școală?

Rezolvare:

$$m_{\text{pachet}} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m$$

$$m_{\text{pachet}} = 150\text{g} + 300\text{g} + 50\text{g} + 35\text{g} + 7\text{g} = 542\text{g}$$

(Sârbuț Dragoș cls.-a VI-a D)

6. Doi elevi pleacă de la școală acasă. Ei au de parcurs 600m. Primul merge cu viteza $v_1= 2\text{m/s}$, al doilea merge cu bicicleta cu $v_2= 16\text{km/h}$. Cu cât timp ajunge mai repede acasă al doilea față de primul?

Rezolvare:

$$\text{primul elev} \quad t = d/v$$

$$t_1 = 600\text{m} / 2\text{m/s} = 300\text{s}$$

$$\text{al doilea elev} \quad t_2 = 600\text{m} / 4,44\text{m/s} = 135,14\text{s}$$

$$\Delta t = 300\text{s} - 135,14\text{s} = 164,86\text{s}$$

7. O clasă de elevi face o excursie de la Arad la Reșița mergând pe ruta Timișoara Lugoj. Distanța Arad –Reșița este 240km. De la Arad la Timișoara pe distanța 50km autocarul a mers cu viteza $v_1=72\text{km/h}$, de la Timișoara la Lugoj pe distanța 60km autocarul a mers cu viteza $v_2= 100\text{km/h}$. Care este viteza medie de la Lugoj la Reșița dacă durata călătoriei este $t=3\text{h}$?

Rezolvare:

$$t_1 = d_1 / v_1$$

$$t_1 = 50\text{km} / 72\text{km/h} = 0,694\text{h} = 0,7\text{h}$$

$$t_2 = d_2 / v_2$$

$$t_2 = 60\text{km} / 100\text{km/h} = 0,6\text{h}$$

$$t_1 + t_2 = 1,3\text{h}$$

$$t_3 = 3\text{h} - 0,6\text{h} = 1,4\text{h}$$

$$d_3 = 240\text{km} - (50\text{km} + 60\text{km}) = 130\text{km}$$

$$v_3 = d_3 / t_3$$

$$v_3 = 130\text{km} / 1,4\text{h} = 92,85\text{km/h}$$

8. O găleată din fier ($\rho_1 = 7800\text{kg/m}^3$) are volumul 10,5l, iar volumul interior este de 10l, este umplută cu apă ($\rho_2 = 1000\text{kg/m}^3$). Să se calculeze masa găleții plină cu apă.

Rezolvare:

$$m = \rho \cdot V$$

$$m_1 = 7800\text{kg/m}^3 \cdot 0,0105\text{m}^3 = 3,9\text{kg}$$

$$m_2 = 1000\text{kg/m}^3 \cdot 0,01\text{m}^3 = 10\text{kg}$$

$$m = 3,9\text{kg} + 10\text{kg} = 13,9\text{kg}$$

(Șeșureac Alisia cls. a VI-a B)

9. La ora de fizică Marian face un experiment. El suspendă un cub cu volumul $0,004\text{m}^3$ pe un dinamometru având constanta elastică 500N/m . Dacă alungirea este $\Delta l = 15\text{cm}$ calculați și voi împreună cu Marian:

a) greutatea cubului;

b) densitatea materialului din care e făcut cubul; ($g = 10\text{N/kg}$).

Rezolvare:

$$G = k \cdot \Delta l, \quad G = 500\text{N/m} \cdot 0,15\text{m} = 75\text{N}$$

$$m = G/g \quad m = 75\text{N} / 10\text{N/kg} = 7,5\text{kg}$$

$$\rho = m/V \quad \rho = 7,5\text{kg}/0,004 = 1875 \text{ kg/m}^3$$

10. Voicu are un cub de sticlă ($\rho = 2,5\text{g/cm}^3$) cu latura 2cm, care are în interior un gol sub forma unui cub cu latura de 1cm. Care este greutatea cubului?

Rezolvare

$$\Delta V = V_1 - V_2 = l_1^3 - l_2^3 = 8\text{cm}^3 - 1\text{cm}^3 = 7\text{cm}^3$$

$$m = \rho \cdot V, \quad m = 2,5 \text{ g/cm}^3 \cdot 7\text{cm}^3 = 17,5\text{g} = 0,0175\text{kg}$$

$$G = m \cdot g, \quad G = 0,0175\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 0,175\text{N}$$

11. O bijuterie de argint are masa $m = 30\text{g}$. Ea este introdusă într-un vas paralelipipedic cu $L = 6\text{cm}$ și $l = 2\text{cm}$. Nivelul apei din vas crește cu $0,5\text{cm}$. Știind densitatea sticlei $\rho = 10,49\text{g/cm}^3$. Aflați volumul cavității interioare a bijuteriei.

Rezolvare:

$$V = S \cdot h$$

$$V = L \cdot l \cdot h$$

$$V = 6\text{cm} \cdot 2\text{cm} \cdot 0,5\text{cm} = 6\text{cm}^3$$

$$V' = m/\rho$$

$$V' = 30\text{g}/10,49 \text{ g/cm}^3 = 2,85 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volum cavitare } \Delta V = 6\text{cm}^3 - 2,85 \text{ cm}^3 = 3,15\text{cm}^3$$

(Morar Brianna cls a-VI-a D

12 Prietenul meu care are 55kg urcă pe scară la înălțimea 2m în 10 s. Calculați lucru mecanic efectuat de prietenul meu și puterea lui mecanică. ($g = 10\text{N/kg}$)

Rezolvare:

$$G = m \cdot g, \quad G = 55\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 550\text{N}$$

$$L = F \cdot d = G \cdot h \quad L = 550\text{N} \cdot 2\text{m} = 1100\text{J}$$

$$P = L/t \quad P = 1100\text{J}/10\text{s} = 110\text{W}$$

13. Scripetele mobil din brațul macaralei are randamentul $\eta = 90\%$. Macaraua ridică un corp cu greutatea $G = 3600\text{N}$ la înălțimea 10m timp de 2min . Ce putere mecanică dezvoltă macaraua pentru ridicarea corpului?

Rezolvare:

$$\eta = L_u / L_c$$

$$L_c = L_u / \eta$$

$$L_u = G \cdot h$$

$$L_u = 3600 \cdot 10 = 36000\text{J}$$

$$L_c = 36000 / 0,9 = 32400\text{J}$$

$$P = L_c / t$$

$$P = 32400 / 120 = 270\text{W}$$

(Oprin Octavian cls a VII-a B)

14. Darius are un cub de sticlă ($\rho = 2,5\text{g/cm}^3$) cu latura 2cm , masa cubului este $0,0175\text{kg}$ Are cubul lui Darius un gol în interior? Care este greutatea cubului?

Rezolvare:

$$V = l^3 = 8\text{cm}^3$$

$$V = m / \rho, \quad V = 17,5\text{g} / 2,5\text{g/cm}^3 = 7\text{cm}^3, \quad \Delta V = 1\text{cm}^3, \text{ cubul are gol in interior}$$

$$G = m \cdot g, \quad G = 0,0175\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 0,175\text{N}$$

15. Un autoturism Logan se deplasează pe o șosea cu viteza de 90km/h sub acțiunea forței de tracțiune dezvoltată de motor de $0,6\text{KN}$. Calculați lucru mecanic efectuat dacă forța acționează asupra mașinii timp de două minute.

Rezolvare:

$$L = F \cdot d, \quad L = 600\text{N} \cdot 3000\text{m} = 1800000\text{J}$$

$$d = v \cdot t, \quad d = 25\text{m/s} \cdot 120\text{s} = 3000\text{m}$$

16. Două forțe concurente F_1 și F_2 au rezultanta de modul maxim 14N și rezultanta de modul minim 2N. Care va fi valoarea rezultantei forțelor dacă ele formează un unghi de 90° .

Rezolvare:

$$F_1 + F_2 = 14\text{N}$$

$$F_1 - F_2 = 2\text{N}$$

$$F_1 = 2\text{N} + F_2$$

$$F_1 = 6\text{N}, F_2 = 8\text{N}$$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$R^2 = 100, R = 10\text{N}$$

17. Mă numesc Șurubel și după cum spune numele meu sunt un șurub din fier ($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$). Am masa de 11,7g. Poți afla volumul meu?

Rezolvare:

$$V = m/\rho, \quad V = 11,7\text{g} / 7,8\text{g/cm}^3 = 1,5 \text{ cm}^3$$

18. La o cursă de mașini trei mașini se deplasează cu vitezele $v_1 = 25\text{m/s}$, $v_2 = 90\text{km/h}$,

$v_3 = 1500\text{m/min}$, timp de 10 min. Care mașină a parcurs distanță mai mare?

Rezolvare:

$$d = v \cdot t$$

$$\text{pentru prima mașină} \quad d_1 = 25 \cdot 600 = 15000\text{m}$$

$$\text{pentru a doua mașină} \quad d_2 = 25 \cdot 600 = 15000\text{m}$$

$$\text{pentru a treia mașină} \quad d_3 = 25 \cdot 600 = 15000\text{m}$$

Toate trei parcurg aceeași distanță.

19 Sunt Plumbel, sunt o bucățică de plumb cu volumul 180cm^3 și densitatea $11,3\text{g/cm}^3$. Poți să afli câte kilograme am?

Rezolvare:

$$m = \rho \cdot V, \quad m = 11,3 \text{ g/cm}^3 \cdot 180 \text{ cm}^3 = 2034 \text{ g} = 2,034 \text{ kg}$$

(Pantea Giulia cls a VII-a C)

20. Un microbuz circulă de la Arad la Braşov. Motorul lui dezvoltă o forţă de tracţiune de 3200N. Ce lucru mecanic efectuează microbuzul de la borna kilometrică 8 la borna kilometrică 88.

Rezolvare:

$$L = F \cdot \Delta d$$

$$\Delta d = d_2 - d_1, \quad \Delta d = 88000 \text{ m} - 8000 \text{ m} = 80000 \text{ m}$$

$$L = 3200 \text{ N} \cdot 80000 \text{ m} = 256000000 \text{ J} = 256000 \text{ KJ}$$

21. Ionuţ se află pe derdeluşul înzăpezit de lângă casa bunicilor. Derdeluşul are lungimea 4m şi înălţimea 2m. Băiatul urcă cu viteză constantă sania care are greutatea $G = 200 \text{ N}$ şi o trage cu o forţă $F = 120 \text{ N}$, paralelă cu derdeluşul. Ce valoare are forţa de frecare exercitată de sania lui Ionuţ şi derdeluş. Care este variaţia energiei potenţiale a saniei când este ridicată în vârful derdeluşului?

Rezolvare:

Viteza saniei este constantă.

Condiţii de echilibru:

$$F = G_t + F_f$$

$$N = G_n$$

$$F_f = F - G_t$$

$$G_t = F \cdot h/l, \quad G_t = 200 \cdot 2/4 = 100 \text{ N}$$

$$F_f = 120 \text{ N} - 100 \text{ N} = 20 \text{ N}$$

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot h - 0 = G \cdot h = 200 \cdot 2 = 400 \text{ J}$$

(Ignuţa Denisia cls a VII-a C)

22. George trage pe podea o găleată plină cu vopsea cu masa 10kg, coeficientul de frecare fiind 0,1. Aflaţi forţa de tracţiune aplicată, ştiind că viteza este constantă. Desenaţi forţele. ($g = 10 \text{ N/kg}$).

Rezolvare:

$$F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot G$$

$$G = m \cdot g,$$

$$G = 100\text{N}$$

$$F_f = 100\text{N} \cdot 0,1 = 10\text{N}$$

$$F_t = F_f$$

$$F_t = 10\text{N}$$

23. Maria vrea să curețe pe jos și îl roagă pe George să pună găleata cu vopsea în altă parte. Acesta agață găleata cu o sfoară inextensibilă de o scară. Aflați valoarea tensiunii elastice.

Rezolvare:

$$T = G, \quad T = 100\text{N}$$

(Șandru Patricia cls a VII-a B)

24. Ionel se joacă împreună cu Maria cu o mașinuță cu masa 2kg. Ei fac ca mașinuța să se deplaseze cu viteză constantă pe o suprafață orizontală. Știind că forța de frecare este 1/10 din greutatea corpului, să se determine forța de tracțiune și coeficientul de frecare.

Rezolvare:

$$G = m \cdot g$$

$$G = 2 \cdot 10 = 20\text{N}$$

$$F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot G$$

$$F_f = 1/10 \cdot 20 = 2\text{N}$$

$$F_t = F_f = 2\text{N}$$

$$\mu = F_f / G$$

$$\mu = 2\text{N} / 20\text{N} = 0,1$$

25. Maria, Ioana și Paula merg la cumpărături. Ele intră în magazine, cumpără tot ce le trebuie, dar la ieșire ele trebuie să coboare cumpărăturile pe o rampă cu un cărucior. Viteza inițială a căruciorului este 2m/s, masa acestuia și a cumpărăturilor fiind 7 kg iar rampa are $h=4\text{m}$.

- a) Aflați viteza cu care căruciorul împins de cele trei fete ajunge la capătul rampei.
- b) Dacă acest cărucior întâlnește o altă rampa, la ce înălțime urcă?(se neglijează frecarea).

Rezolvare:

$$E_1 = E_{p1} + E_{c1}$$

$$E_2 = E_{c2}$$

$$E_{c1} = m \cdot v^2 / 2 = 7 \cdot 4 / 2 = 14 \text{ J}$$

$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h = 7 \cdot 10 \cdot 4 = 280 \text{ J}$$

Legea conservării energiei: $E_1 = E_2$

$$E_{p1} + E_{c1} = E_{c2}$$

$$E_{p1} + E_{c1} = m \cdot v_2^2 / 2$$

$$280 + 14 = 7 \cdot v_2^2 / 2$$

$$v_2^2 = 84$$

$$v_2 = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ m/s}$$

$$E_2 = E_{c2} = 294 \text{ J}$$

$$E_3 = E_{p3}$$

Legea conservării energiei:

$$E_2 = E_3$$

$$E_{p3} = m \cdot g \cdot h$$

$$H = 294 / 70 = 4,2 \text{ m}$$

26. Calculați normala la suprafață știind că Selena așează pe suprafața podelei o cutie cu jucării cu masa 12kg și apasă normal pe cutie cu forța $F=80\text{N}$.

Rezolvare:

$$G+F = N$$

$$G=m \cdot g= 12\text{kg} \cdot 10\text{N/kg}= 120\text{N}$$

$$N= 120\text{N}+80\text{N}= 200\text{N}$$

27. Andrei și Mark au confecționat o praștie dintr-un fir de cauciuc cu lungimea inițială de 50cm și constantă elastică 200N/m. Firul este întins cu o forță de 20N. Care va fi lungimea finală a firului?

Rezolvare:

$$l= l_0+\Delta l$$

$$F= k \cdot \Delta l$$

$$20\text{N}= 200\text{N/m} \cdot \Delta l$$

$$\Delta l = 0,1\text{m}=10\text{cm}$$

$$L= 50\text{cm}+10\text{cm}=60\text{cm}$$

28. Mingea lui Vlăduț ($m=2\text{kg}$) este aruncată în jos de colegul de bancă. Mingea are inițial

$E_c= 4\text{J}$. De la ce înălțime a fost aruncată mingea, dacă la impactul cu solul are viteza $v= 2\sqrt{2}\text{m/s}$.

Rezolvare:

Legea conservării energiei $E_A=E_B$

$$E_{PA}+E_{CA}= E_{CB}$$

$$m \cdot g \cdot h + 4= m \cdot v^2/2$$

$$m \cdot g \cdot h +4= 8$$

$$h= 4/20= 0,2\text{m}$$

(Ruja Sebastian cls a VII-a C)

29. Daniel locuiește la etajul zece al unui bloc. Ce putere trebuie să dezvolte motorul ascensorului cu masa 1t care urcă la etajul zece în 1min., distanța dintre etaje fiind 3m. Cu ce viteză urcă ascensorul, considerăm viteza constantă.

Rezolvare:

$$P = L/t$$

$$L = F \cdot d = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

$$d = h = \text{nr. etaje} \cdot 3\text{m} = 10 \cdot 3\text{m} = 30\text{m}$$

$$L = 1000 \cdot 10 \cdot 30 = 300000\text{J}$$

$$P = 300000/60 = 5000\text{W}$$

$$v = d/t$$

$$v = 30/60 = 0,5\text{m/s}$$

30. Cu ajutorul unei pompe cu puterea 120000W, Bill ridică 0,5m³ de apă într-un rezervor la înălțimea de 20m. El trebuie să afle în cât timp urcă apa în rezervor. ($\rho = 1000\text{kg/m}^3$).

Rezolvare:

$$P = L/t \quad t = P/L$$

$$L = m \cdot g \cdot h = \rho \cdot V \cdot g \cdot h$$

$$L = 10000 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 20 = 100000\text{J}$$

$$t = 120000/100000 = 1,2\text{s}$$

(Știubei Andrei cls. a VII-a B)

31. Un halterofil ridică halterele de la podea la înălțimea de 2,2m în 5s. Puterea mecanică a halterofilului este 528W. Care este masa halterei?

Rezolvare:

$$L = P \cdot t$$

$$L = 528 \cdot 5 = 2640\text{J}$$

$$L = m \cdot g \cdot h$$

$$m = L/g \cdot h$$

$$m = 2640/10 \cdot 2,2 = 120\text{kg}$$

32. Pentru a deplasa o cutie cu masa 4kg într-un plan orizontal asupra sa se exercită în plan orizontal forțele $F_1=2\text{N}$, $F_2=4\text{N}$, $F_3=6\text{N}$, $F_4=4\text{N}$, $F_5=4\text{N}$, $F_6=6\text{N}$. Unghiul dintre oricare două forțe este 60° . Ce valoare are coeficientul de frecare dintre corp și planul orizontal?

Rezolvare:

$$F_f = F_t$$

$$\mu \cdot m \cdot g = F \text{ rezultantă a celor șase forțe}$$

$$F \text{ rezultantă} = 2\text{N}$$

$$\mu = 2\text{N} / 4\text{kg} \cdot 10\text{N/kg} = 0,05$$

(Marinkovits Beatrice cls.a VII-a B)

33. Un resort cu lungimea inițială de 12cm este fixat la un capăt și este alungit pe orizontală sub acțiunea unei forțe $F=48\text{N}$, cu viteza constantă 0,5cm/s timp de 8s. Dacă resortul este suspendat pe verticală sub acțiunea unui corp de masă m , el ajunge la lungimea de 18cm. Să se afle masa corpului. ($g=10\text{N/kg}$).

Rezolvare:

$$\Delta l_1 = v \cdot t$$

$$\Delta l_1 = 0,005 \cdot 8 = 0,04\text{m}$$

$$K = F / \Delta l_1$$

$$K = 1200\text{N/m}$$

$$G = F_2$$

$$m \cdot g = K \cdot \Delta l_2, \quad \Delta l_2 = 0,06\text{cm}$$

$$m = 7,2 \text{ kg}$$

34. Un corp cu masa 3kg având viteza inițială 10m/s urcă pe un plan înclinat de înălțime 2m, unghiul planului este 30° . Când corpul ajunge în vârful planului are viteza de 4m/s. Din vârful planului corpul cade liber și ajunge pe pământ (se neglijează frecarea cu aerul). Calculați coeficientul de frecare pe plan înclinat și viteza cu care ajunge corpul pe pământ. ($g=10\text{N/kg}$)

Rezolvare:

Teorema variației energiei: $\Delta E = -L_{Ff}$

$$E_p - E_C = -F_f \cdot d$$

$$m \cdot v_1^2 / 2 + m \cdot g \cdot h - m \cdot v^2 / 2 = -F_f \cdot h / \sin \alpha$$

$$3 \cdot 16 / 2 + 3 \cdot 10 \cdot 2 - 3 \cdot 100 / 2 = -F_f \cdot 2 / 0,5$$

$$24 + 60 - 150 = -F_f \cdot 4$$

$$F_f = 16,5 \text{ N}$$

$$F_f = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha, \quad \mu = F_f / m \cdot g \cdot \cos \alpha,$$

$$\mu = 0,63$$

$$\text{Conservarea energiei: } m \cdot v_1^2 / 2 + m \cdot g \cdot h = m \cdot v_2^2 / 2$$

$$24 + 60 = 3 \cdot v_2^2 / 2$$

$$v_2^2 = 56, \quad v_2 = \sqrt{56} \text{ m/s.}$$

(prof. Doble Ileana)

35. Alex a vizitat Delta Dunării. El este curios să afle ce presiune exercită apa la adâncimea de 100cm și ce presiune totală se exercită asupra unui pește aflat la această adâncime. ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$).

Rezolvare:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$p = 10000 \text{ Pa}$$

$$p_{\text{totală}} = p + p_0 = 10000 + 101325 = 111325 \text{ Pa}$$

36. Pentru că Mihai să umple o cadă de baie este nevoie de un volum de apă $V = 360 \text{ l}$ la temperatura de 34°C . Apa din cazan are temperatura $t_1 = 36^\circ \text{C}$, iar cea de la robinet $t_2 = 6^\circ \text{C}$. Să se afle volumele de apă caldă și apă rece folosite. ($c = 4185 \text{ J/Kg grad}$).

Rezolvare:

$$V = V_1 + V_2$$

$$Q_{\text{cedat}} = Q_{\text{primit}}$$

$$m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t - t_2)$$

$$\rho \cdot V_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = \rho \cdot V_2 \cdot c \cdot (t - t_2)$$

$$\text{înlocuim } V_2 = V - V_1$$

$$V_1 = V \cdot (t - t_2) / (t_1 - t_2)$$

$$V_1 = 144 \text{ l}$$

$$V_2 = 216 \text{ l}$$

37. Ana are un vas cu aria bazei $S = 50 \text{ cm}^2$ care conține volumul $V = 1200 \text{ ml}$ dintr-un lichid cu densitatea 800 kg/m^3 . Să se calculeze:

a) presiunea hidrostatică exercitată de lichid pe fundul vasului.

b) forța exercitată de lichid asupra fundului vasului.

Rezolvare:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$h = V/S$$

$$h = 1200/50 = 24 \text{ cm} = 0,24 \text{ m}$$

$$p = 800 \cdot 10 \cdot 0,24 = 1920 \text{ Pa}$$

$$F = p \cdot S$$

$$F = 1920 \cdot 0,005 = 9,6 \text{ N}$$

(Damean Lavinia cls.a VIII-a A)

38. Un dulap cu masa de 60 kg , exercită datorită greutatei lui o presiune de 15000 Pa . Ce mărime are suprafața pe care se sprijină dulapul?

Rezolvare:

$$p = F/S = m \cdot g/S$$

$$S = m \cdot g/p$$

$$S = 0,04\text{m}^2$$

39. Un adaptor cu rezistența internă $r=1\Omega$ alimentează o placă de păr cu rezistența $R=80\Omega$. Prin placa de păr trece curentul cu intensitatea $0,3\text{A}$. Să se afle:

- a) t.e.m. a adaptorului.
- b) tensiunea pe placa de păr.
- c) tensiunea interioară.

Rezolvare:

$$a) I = E / (R + r)$$

$$E = I \cdot (R + r)$$

$$E = 0,3 \cdot 81 = 24,3\text{V}$$

$$b) U = I \cdot R$$

$$U = 0,3 \cdot 80 = 24\text{V}$$

$$c) u = E - U$$

$$u = 0,3\text{V}$$

(Deac Vlad cls. a VIII-a C)

40. Un pescar își aruncă undița într-un lac. Cârligul intră în apă, iar la suprafața lacului plutește un corp confecționat din plută, ce are masa $m=30\text{g}$ și densitatea de 250kg/m^3 . Știind că densitatea apei este 1000kg/m^3 aflați:

- a) volumul de apă dezlucuit de corpul care plutește.
- b) volumul total al corpului confecționat din plută.

Rezolvare:

a) Notăm V_{corp} , volumul din corp scufundat în apă

Condiție de plutire $F_A = G$

$$F_A = \rho_{\text{apă}} \cdot g \cdot V_{\text{corp}}$$

$$G = m \cdot g$$

$$0,03 \cdot 10 = 1000 \cdot 10 \cdot V_{\text{corp'}}$$

$$V_{\text{corp'}} = 0,03/1000 = 0,00003 \text{m}^3$$

b) notăm V volumul total al corpului

$$V = m/\rho$$

$$V = 0,03/250 = 0,00012 \text{m}^3$$

41. Într-o cameră este un candelabru care are trei becuri, fiecare având puterea de $P=50\text{W}$, conectat la o tensiune nominală de $U=220\text{V}$. Becurile ard timp de 50 minute. Să se afle:

a) intensitatea curentului electric prin candelabru.

b) rezistența unui bec.

c) energia electrică consumată de cele trei becuri exprimată în KWh.

Rezolvare:

a) $P = U \cdot I$

$$I = P/U$$

$$I = 50/220 = 0,22\text{A}$$

b) $R = U/I$

$$R = 220/0,22 = 1000\Omega$$

c) $W = U \cdot I \cdot t$

$$W = 220 \cdot 0,22 \cdot 3000 = 145200\text{J}$$

$$W_{\text{total}} = 145200 \cdot 3 = 435600\text{J} = 0,121\text{KWh}$$

(Bokor Henrietta cls.aVIII-a C)

42. Matei își face temele până seara târziu așa că își ține aprinsă lampa pe birou timp de 60 minute. Puterea becului de la lampă este $P=60\text{W}$, iar tensiunea la care este conectată este 220V . Băiatul dorește să afle intensitatea curentului electric care trece prin lampă, rezistența becului și căldura degajată de bec.

Rezolvare:

$$P=U \cdot I$$

$$I=P/U=60/220=0,27A$$

$$R=U/I$$

$$R=220/0,27=811,85\Omega$$

$$Q= I^2 \cdot R \cdot t$$

$$Q= 0,27^2 \cdot 811,85 \cdot 3600=220924,6J$$

43. În "Săptămâna altfel" școala noastră a organizat o ieșire în natură, lângă un lac din apropierea Aradului. Acolo un coleg a găsit un soldățel din plumb cu masa $m=60g$ și densitatea $\rho=11300kg/m^3$. Știind că densitatea apei este $\rho=1000kg/m^3$, aflați volumul total al soldățelului și greutatea aparentă când copilul îl aruncă în apă.

Rezolvare:

$$V_{total}= m/\rho$$

$$V_{total}= 0,06/11300=0,0000053m^3$$

$$G_{aparentă}= G - F_A$$

$$F_A= \rho \cdot V \cdot g$$

$$G= m \cdot g$$

$$G_{aparentă}= 0,06 \cdot 10 - 1000 \cdot 0,0000053 \cdot 10= 0,07N$$

(Jurca Raluca cls. a VIII-a D)

44. Mihai se joacă pe un lac înghețat. La un moment dat se așează pe o bucată de gheață cu grosimea 20cm și masa 120kg. Știind că Mihai are masa 50kg și apa are $\rho= 1000kg/m^3$, să se afle suprafața bucății de gheață pentru ca Mihai să plutească la suprafața apei.

Rezolvare:

$$\text{Condiția de plutire} \quad G_{gheață}+G_{Mihai}= F_A$$

$$m \cdot g+m_{Mihai} \cdot g= \rho \cdot V_{gheață} \cdot g$$

$$m \cdot g + m_{\text{Mihai}} \cdot g = \rho \cdot S \cdot h \cdot g$$

$$S = 120 + 50/1000 \cdot 0,2 = 0,85 \text{m}^2$$

45. Un aparat de făcut sandwich cu rezistența $R_1 = 80\Omega$ și un fierbător de apă cu rezistența $R_2 = 60\Omega$ sunt legate în paralel și alimentate la tensiunea $U = 220\text{V}$. Ele funcționează 10 minute. Aflați:

- rezistența echivalentă a rezistențelor;
- cantitatea de căldură disipată de fiecare consumator timp de 10 minute;

Rezolvare:

$$\text{a) } 1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$

$$1/R = 1/80 + 1/60$$

$$1/R = 14/480 \quad R = 34,28\Omega$$

$$\text{b) } I_1 = U/R_1 \quad I_1 = 2,75\text{A}$$

$$I_2 = U/R_2 \quad I_2 = 3,66\text{A}$$

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t$$

$$Q_1 = 363000\text{J}$$

$$Q_2 = 482241,6\text{J}$$

(Chereș Darius cls. a VIII-a D)

46. Aneta are o baterie cu t.e.m. $E = 24\text{V}$ și rezistența interioară $r = 1\Omega$ care este legată în circuitul unui bec cu rezistența $R = 71\Omega$. Aflați:

- tensiunea electrică la bornele becului.
- intensitatea curentului de scurtcircuit.

Rezolvare:

$$I = E/(R+r)$$

$$I = 24/(71+1) = 0,33\text{A}$$

$$U = I \cdot R$$

$$U=0,33 \cdot 71=23,43V$$

$$I_{sc}= E/r$$

$$I_{sc}=24/1= 24\Omega$$

(Ștef Lorena cls. a VIII-a C)

47. Un prăjitor de pâine ce funcționează la tensiunea $U=230V$ este străbătut de curentul de intensitate $I=4A$, timpul cât trece curentul electric prin prăjitor este de 15min. Aflați:

- a) puterea disipată pe prăjitor
- b) rezistența prăjitorului
- c) energia disipată în 15 min.

Rezolvare:

$$a) P=U \cdot I$$

$$P= 230 \cdot 4=920W$$

$$b) R=U/I$$

$$R=230/4=57,5\Omega$$

$$c) W=U \cdot I \cdot t$$

$$W= 230 \cdot 4 \cdot 900=828000J=0,23kWh$$

48. Tensiunea de funcționare a unui miniaspirator are valoarea $U= 39,4V$. Știind că sursa de tensiune are t.e.m. $40V$ și rezistența interioară $r=0,3\Omega$, să se calculeze:

- a) tensiunea interioară;
- b) rezistența aspiratorului
- c) puterea aspiratorului
- d) energia disipată în 10min.
- e) intensitatea de scurtcircuit pentru sursa de tensiune.

Rezolvare:

$$a) \quad E=U+u$$

$$u= E-U$$

$$u= 40V-39,4V=0,6$$

$$b) \quad I= u/r$$

$$I= 0,6/0,3= 2A$$

$$R=U/I$$

$$R=39,4/2=19,7\Omega$$

$$c) \quad P=U \cdot I$$

$$P=39,4 \cdot 2=78,8W$$

$$d) \quad W=U \cdot I \cdot t$$

$$W= 39,4 \cdot 2 \cdot 600=47280J$$

$$e) \quad I_{sc}= E/r$$

$$I_{sc}=40/0,3=133,3A$$

(Laza Darius cls.a VIII-a C)

49. Pentru aflarea puterii absorbite de toate becurile din cartierul Vlaicu, un studiu susținut de Uniunea Europeană, este necesară calcularea puterii absorbite de un bec, puterea dezvoltată de bateria solară și puterea în circuitul interior. Se știe că bateria are t.e.m. 12V, becul are $R=25\Omega$, iar intensitatea curentului în bec este $I=0,4A$.

Rezolvare:

$$P=U \cdot I$$

$$U=I \cdot R$$

$$U=0,4 \cdot 25=10V$$

$$P=10 \cdot 0,3=3W$$

$$P_{totală}=E \cdot I$$

$$P_{totală}=12 \cdot 0,4=4,8W$$

$$P_{\text{int.}} = P_{\text{totală}} - P$$

$$P_{\text{int.}} = 4,8\text{W} - 3\text{W} = 1,8\text{W}$$

50. La cabana de la munte există un generator de curent. Când funcționează tensiunea la bornele generatorului este $U=48\text{V}$ alimentând un radiator cu rezistența $R=400\Omega$. Rezistența internă a generatorului este $r=2\Omega$. Aflați energia disipată pe radiator în 2min. și raportul dintre puterea dezvoltată de generator și puterea disipată pe radiator.

Rezolvare:

$$I = U/R$$

$$I = 48/400 = 0,12\text{A}$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W = 48 \cdot 0,12 \cdot 120 = 691,2\text{J}$$

$$P = U \cdot I$$

$$P = 48 \cdot 0,12 = 5,76\text{W}$$

$$P = E \cdot I$$

$$E = I(R + r)$$

$$E = 0,12(400 + 2) = 48,24\text{V}$$

$$P_{\text{totală}} = 48,24 \cdot 0,12 = 5,78\text{W}$$

$$P_{\text{totală}}/P = 5,78/5,76 = 1,003$$

(Candrea Darius cls.a VIII-a C)

51. Bateria unui automobil cu t.e.m. 12V are rezistența internă $r=1\Omega$. Ea alimentează circuitul electric al farului care are rezistența 59Ω . Dacă se înlocuiește becul cu unul de rezistență mai mică, intensitatea curentului se dublează. Să se afle rezistența celui de-al doilea bec și puterea disipată pe acesta.

Rezolvare:

$$I = E/(R + r)$$

$$I=12/60=0,2A$$

$$I_1=2\cdot I=0,4A$$

$$I_1=E/R_1+r$$

$$R_1=E/I_1-r$$

$$R_1=30-1=29\Omega$$

$$P_1=I_1\cdot R_1^2$$

$$P_1=0,4\cdot 841=336,4W$$

52. Un fierbător funcționează la tensiunea 230V timp de 15min. și este stăbătut de un curent de intensitate 1,2A. Fierbătorul încălzește o oală cu apă temperatura ei crescând cu 20⁰. Să se afle rezistența fierbătorului și masa de apă încăzită.(c= 4185J/kg·grad).

Rezolvare:

$$R=U/I$$

$$R=230/1,2=191\Omega$$

$$W=Q$$

$$U\cdot I\cdot t= m\cdot c\cdot \Delta t$$

$$230\cdot 1,2\cdot 900=m\cdot 4185\cdot 20$$

$$m=248400/83700=2,96kg$$

(Domuța Daniel cls.a VIII-a A)

53. Un călcător funcționează la tensiunea 220V. El este parcurs de un curent electric cu intensitatea 5A și este folosit timp de 10min. Să se afle puterea nominală a becului. Cât costă energia electrică folosită dacă 1kWh=0,5ron.

Rezolvare:

$$P=U\cdot I$$

$$P=220\cdot 5=1100W$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W = 220 \cdot 5 \cdot 600 = 660000 \text{ J} = 0,183 \text{ kWh}$$

$$\text{Cost} = 0,183 \cdot 0,5 = 0,0915 \text{ ron}$$

54. Tensiunea la bornele unui boiler este $U = 196 \text{ V}$. Boilerul are rezistența $R = 392 \Omega$. Să se calculeze energia electrică consumată de boiler în 2 ore și puterea boilerului.

Rezolvare:

$$I = U/R \quad I = 196/392 = 0,5 \text{ A}$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W = 196 \cdot 0,5 \cdot 7200 = 705600 \text{ J}$$

$$P = U \cdot I$$

$$P = 196 \cdot 0,5 = 98 \text{ W}$$

(Uncruț Casian cls a VIII-a C)

55. Ionuț a cumpărat din piața de păsări 20 de pui de prepeliță de 5 zile. În primele săptămâni puii au nevoie de multă căldură, Ionuț le asigură 35° cu ajutorul unui bec cu halogen. Pe 8 martie se ia curentul. Pentru că rețeaua de gaz funcționa, Ionuț încălzește 20 kg apă de la temperatura 15°C la temperatura de 75°C , umple 10 flacoane și le așează sub și lateral pe adăpostul puilor. ($c = 4185 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$)

a) Calculați ce cantitate de căldură a reușit să asigure puilor

b) Dacă pana de curent a ținut 3h, calculați dacă Ionuț a reușit să salveze puii, dacă un pui are nevoie de 80 KJ/h .

Rezolvare:

$$\text{a) } Q = m \cdot c \cdot \Delta t$$

$$Q = 20 \cdot 4185 \cdot (75 - 15) = 5022000 \text{ J} = 5022 \text{ KJ}$$

b) calculăm căldura necesară puilor în 3h

$$Q = 3 \text{ h} \cdot 80 \text{ KJ/h} \cdot 20 = 4800 \text{ KJ}$$

Ionuț a salvat puii de prepeliță de la moarte.

56. Maria spală cu mașina care este legată în serie cu o plită electrică pe care Maria face cartofi prăjiți. Știm că rezistența mașinii de spălat este $R=45,4\Omega$ și puterea nominală $P= 2000W$, iar plita are puterea $1000W$ și rezistența $R= 24,2\Omega$. Aparatele funcționează la $U= 220V$.

- a) Calculați rezistența echivalentă a circuitului serie.
- b) Ce curent străbate circuitul.
- c) Câtă energie electrică consumă Maria 2ore.

Rezolvare:

a) $R_S = R_{\text{mașină}} + R_{\text{plită}}$

$$R_S = 24,2 + 45,4 = 72,6\Omega$$

b) $I = U/R_S$

$$I = 220 / 72,6 = 3,03A$$

d) $W = U \cdot I \cdot t$

$$W = 220 \cdot 3,03 \cdot 7200 = 4799520J - 1,33KWh$$

(Varadi Alexandru cls a VIII-a A)

57. Un tren electric folosește $\frac{3}{4}$ din tensiunea furnizată pe cabluri. Știind că se folosesc $21000V$, aflați tensiunea pe cabluri, rezistența electrică a trenului și diferența de tensiune dacă $I=30A$.

Rezolvare:

$$3/4U = 21000V \quad U_{\text{total}} = 28000V$$

$$\Delta U = U_{\text{total}} - U \quad \Delta U = 7000V$$

$$R = U/I$$

$$R = 21000/30 = 700\Omega$$

58. O eoliană generează un curent electric timp de 5 ore. Știind că prin circuit trece o cantitate de sarcină $q= 100000C$ și că tensiunea la borne este $U=10000V$, să se afle intensitatea curentului, t.e.m. a eolienei și intensitatea de scurtcircuit. Se dau tensiunea internă $100V$ și rezistența internă 10Ω

Rezolvare:

$$I=q/t$$

$$I= 100000/18000=5,55A$$

$$E= U+u$$

$$E= 10000V+100V= 10100V$$

$$I_{sc}= E/r$$

$$I_{sc}= 10100/10=1010A$$

(Ailoiu Ștefan cls. a VIII-a A)

59. Era o zi ploioasă. Pe cer se putea zări un nor cu sarcina $q= 10C$, timpul cât se descarcă norul este 10^{-3} , să se afle intensitatea curentului la descărcare.

Rezolvare:

$$I=q/t$$

$$I= 10/10^{-3}= 10000A$$

60. Maria are o baterie cu tensiunea electromotoare $E= 12V$. Cu această baterie ea alimentează un bec cu rezistența $R=25\Omega$. Intensitatea curentului în circuit este $I=0,3A$. Calculați:

- a) tensiunea la bornele becului;
- b) tensiunea interioară;
- c) rezistența interioară;
- d) intensitatea de scurtcircuit;

Rezolvare:

$$a) R= U/I \quad U=I \cdot R \quad U=0,3 \cdot 25=7,5V$$

$$b) E=U+u \quad u= 4,5V$$

$$c) I=E/R+r \quad r=15\Omega$$

$$d) I_{sc}=E/r \quad I_{sc}=0,8A$$

(Kodoran David cls.a VIII a D)

61. Ana vrea să își prepare gheață pentru a pune într-o frapieră plină cu sticle de coca-cola. Pentru aceasta pune în congelator la temperatura $t = -10^{\circ}\text{C}$, 8l de apă cu temperatura $t_0 = 12^{\circ}\text{C}$. Aflați căldura cedată de apă pentru a se transforma în gheață. ($c = 4185\text{J/kg}\cdot\text{grad}$, $\Lambda_{\text{gheață}} = 334000\text{J/kg}$, $c_{\text{gheață}} = 2090\text{J/kg}\cdot\text{grad}$)

Rezolvare:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot \Lambda + m \cdot c_{\text{gheață}} \cdot \Delta t_1$$

t solidificare apă $= 0^{\circ}\text{C}$

$m = 8\text{kg}$ (numai pentru apă $V = m$)

$$Q = 8 \cdot 4185 \cdot (12 - 0) + 8 \cdot 334000 + 8 \cdot 2090 \cdot (0 - (-10)) = 3240960\text{J}$$

62. George vrea să își facă pâine prăjită cu toasterul. Acesta funcționează 2 minute și consumă energia $W = 11880\text{J}$. Toasterul este alimentat la tensiunea de 220V . Să se afle:

a) intensitatea curentului electric prin toaster;

b) rezistența electrică;

c) puterea electrică nominală a toasterului;

Rezolvare:

$$\text{a) } W = U \cdot I \cdot t$$

$$I = W / U \cdot t$$

$$I = 11880 / 220 \cdot 120 = 0,45\text{A}$$

$$\text{b) } R = U / I$$

$$R = 220 / 0,45 = 489\Omega$$

$$\text{c) } P = U \cdot I$$

$$P = 100\text{W}$$

(Costea Briana cls. a VIII-a C)

63. Elena se pregătește să meargă la o petrecere și vrea să își facă părul bucle. Ea merge și își cumpără de la Altex un ondulator pe care scrie 10A și 22Ω . Aflați la ce tensiune funcționează ondulatorul și câtă energie consumă acesta dacă funcționează 20 minute.

Rezolvare:

$$U = I \cdot R$$

$$U = 10 \cdot 22 = 220V$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W = 220 \cdot 10 \cdot 1200 = 2640000J$$

64. Pentru ridicarea unei mașini cu masa 400kg, Marius folosește un cric hidraulic. Aria pistonului mic este de 10cm^2 și aria pistonului mare este de 60cm^2 . Cu ce forță acționează Marius asupra cricului?

Rezolvare:

$$F_1/F_2 = S_1/S_2$$

$$F_2 = G = m \cdot g$$

$$F_2 = 800 \cdot 10 = 8000N$$

$$F_1/8000 = 10\text{cm}^2 / 60\text{cm}^2$$

$$F_1 = 800N$$

(Hada Sonia cls.a VIII-a D)

65. Monica vrea să facă baie și amestecă în cadă o cantitate de apă cu temperatură $t_1 = 58^\circ\text{C}$ cu o cantitate de apă cu temperatură $t_2 = 17^\circ\text{C}$. Cantitatea totală de apă din cadă este 120l și temperatură finală $t_f = 40^\circ\text{C}$. Să se afle masele de apă caldă și rece puse de Monica în cadă.

Rezolvare:

$$Q_{\text{cedat}} = Q_{\text{primit}}$$

$$m_1 \cdot c \cdot \Delta t_1 = m_2 \cdot c \cdot \Delta t_2$$

$$m = m_1 + m_2, \quad 120 = m_1 + m_2, \quad m_1 = 120 - m_2,$$

$$m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t_f) = m_2 \cdot c \cdot (t_f - t_2) \quad : c$$

$$(120 - m_2)(58 - 40) = m_2(40 - 17)$$

$$m_2=52,68\text{kg}$$

$$m_1= 67,32\text{kg}$$

66. Mihai scufundă într-o piscină un cub din sticlă cu masa 1kg (densitatea sticlei este 2600kg/m^3). Apa are densitatea 1000kg/m^3 , aflați forța arhimedică ce acționează asupra cubului și greutatea aparentă.

Rezolvare:

$$F_A=\rho_{\text{apa}}\cdot g\cdot V$$

$$V=m/\rho_{\text{cub}}=1/2600=0,0003\text{ m}^3$$

$$F_A=3\text{N}$$

$$G_a= G- F_A=m\cdot g -3=10-3=7\text{N}$$

(Sigartău Mălina cls.a VIII-a C)

67. Maria pune într-un vas cilindric apă și ulei în cantități egale ($\rho_a=1000\text{kg/m}^3$, $\rho_u=800\text{ kg/m}^3$). Înălțimea coloanei de lichid este $h=80\text{cm}$. Care este presiunea pe fundul vasului?

Rezolvare:

$$h= h_a+h_u, \quad 0,8= h_a+h_u,$$

$$m_a=m_u, \quad \rho_a\cdot S\cdot h_a= \rho_u\cdot S\cdot h_u,$$

$$h_a= \rho_u\cdot h_u/ \rho_a$$

$$h= \rho_u\cdot h_u/ \rho_a- h_u, \quad h_u= \rho_a\cdot h/(\rho_u+ \rho_a) \quad h_u=0,44\text{m}, \quad h_a=0,66\text{m},$$

$$p= \rho_a\cdot g\cdot h_a+ \rho_u\cdot g\cdot h_u= 6600+3520=10120\text{Pa}$$

68. Ce cantitate de căldură este necesară pentru fierberea apei rezultată din topirea unei bucăți de gheață de 2kg.($\lambda_t=334000\text{J/kg}$, $c= 4185\text{J/kg}\cdot\text{grad}$, $\lambda_v=2300000\text{J/kg}$)

Rezolvare:

$$t_{\text{fierbere}}=100^\circ\text{C}$$

$$Q = m \cdot \lambda_t + m \cdot c \cdot (t_f - 0) + m \cdot \lambda_v$$

$$Q = 6105000 \text{ J}$$

(Cazan Vlad cls.a VIII-a D)

69. Alin a aruncat o bucată de lemn cu masa 10kg și $\rho_{\text{lemn}} = 700 \text{ kg/m}^3$ în lac. Ea plutește pe suprafața apei ($\rho_a = 1000 \text{ kg/m}^3$). Alin vrea să afle volumul părții aflate în apă și volumul total al bucății de lemn.

Rezolvare:

Condiția de plutire: : $F_A = G$,

$$\rho_a \cdot V_1 \cdot g = m \cdot g$$

$$V_1 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$V = m / \rho_{\text{lemn}}$$

$$V = 0,014 \text{ m}^3$$

70. Un copil își face o instalație electrică pentru bradul de crăciun din 50 becuri fiecare cu rezistența 10Ω grupate în serie. Aflați rezistența echivalentă a instalației și intensitatea curentului când instalația este conectată la 220V.

Rezolvare:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_{50}$$

$$R = 50 \cdot 10 \Omega = 500 \Omega$$

$$I = U / R$$

$$I = 220 / 500 = 0,44 \text{ A}$$

(Carliciuc Sebastian cls.a VIII-a C)

71. Apa de pe fundul bazinului din curte a înghețat. Gheața are masa 15 kg și temperatura -5° . Ce cantitate de apă fiartă trebuie să toarne proprietarul bazinului ca gheața să se topească. ($\lambda_t = 334000 \text{ J/kg}$, $c = 4185 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$, $c_g = 2090 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$.)

Rezolvare:

$$Q_{\text{cedat}} = Q_{\text{primit}}$$

$$m_a \cdot c \cdot \Delta t_a = m_g \cdot c_g \cdot \Delta t_g + m_g \cdot \lambda_t$$

$$m_a \cdot c \cdot (100 - 0) = m_g \cdot c_g \cdot (0 - (-5)) + m_g \cdot \lambda_t$$

$$m_a = 123,4 \text{ kg}$$

72. Volumul părții aflate deasupra apei a unui iceberg este $V_1 = 400 \text{ m}^3$. Să se afle volumul icebergului dacă $\rho_a = 1021 \text{ kg/m}^3$ și $\rho_g = 900 \text{ kg/m}^3$.

Rezolvare:

Condiția de plutire: $F_A = G$,

Volumul ghetii aflată în apă $V_2 = V - V_1$,

$$\rho_a \cdot (V - V_1) \cdot g = \rho_g \cdot V \cdot g$$

$$V = \rho_a \cdot V_1 / (\rho_a - \rho_g)$$

$$V = 3375,2 \text{ m}^3$$

(Bătrân Raddu cls.a VIII-a A)

73. Bunicul presează semințe de floarea soarelui pentru a face ulei cu o presă hidraulică la care raportul ariilor este $S_2/S_1 = 10$. Pistonul mic se deplasează pe distanța $d_1 = 7 \text{ cm}$, iar forța cu care apasă bunicul este $F_1 = 90 \text{ N}$. Să se afle:

a) F_2 exercitată de pistonul mare;

b) distanța parcursă de pistonul mare;

Rezolvare:

$$a) F_1/F_2 = S_1/S_2$$

$$F_1/F_2 = 10, \quad F_2 = F_1 \cdot 10 = 900 \text{ N}$$

$$b) \text{incompresibilitatea volumului } V_1 = V_2, \quad S_1 \cdot d_1 = S_2 \cdot d_2, \quad d_2 = 1/10 \cdot 0,07 = 0,0007 \text{ cm}.$$

74. De o baterie legăm un bec cu rezistența $R_1 = 10 \Omega$, intensitatea curentului ce trece prin bec este $I_1 = 1 \text{ A}$. Dacă legăm un alt bec cu rezistența $R_2 = 4 \Omega$ este parcurs de un curent cu intensitatea $I_2 = 2,2$. Determinați tensiunea electromotoare a bateriei și rezistența internă.

Rezolvare:

$$I_1 = E / (R_1 + r)$$

$$I_2 = E / (R_2 + r)$$

$$I_1 \cdot (R_1 + r) = I_2 \cdot (R_2 + r)$$

$$r = (I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1) / (I_1 - I_2)$$

$$r = 1 \Omega$$

$$E = I_1 \cdot (R_1 + r)$$

$$E = 11V$$

(Muşat Angela cls.a VIII-a A)

75. De un resort se suspendă un corp de sticlă cu masa 400g si densitatea 2500kg/m³ care este introdus într-un vas cu apă ($\rho_{\text{apă}}=1000\text{kg/m}^3$). Când corpul este complet scufundat alungirea resortului este de 6cm. Corpul se desprinde de resort și cade pe fundul vasului. Să se afle valoarea constantei elastice și forța cu care putem scoate uniform corpul din apă. Se neglijează frecarea cu apa.(g=10N/kg).

Rezolvare:

$$F_A + F_e = G$$

$$\rho_{\text{apă}} \cdot V_{\text{corp}} \cdot g + K \cdot \Delta l = m \cdot g$$

$$V_{\text{corp}} = m / \rho_{\text{sticlă}}, \quad V_{\text{corp}} = 0,4 / 2500 = 0,00016\text{m}^3$$

$$1000 \cdot 0,00016 \cdot 10 + K \cdot 0,06 = 0,4 \cdot 10$$

$$K = 40\text{N/m}$$

$$F = G_a = G - F_A$$

$$F = m \cdot g - \rho_{\text{apă}} \cdot V_{\text{corp}} \cdot g$$

$$F = 2,4\text{N}$$

76. Prin arderea gazului metan la arzătorul unui boiler se încălzesc 195,5kg de apă de la temperatura 22°C la temperatura 90°C. Să se afle debitul volumul de gaz consumat dacă boilerul funcționează 25min. Se dau: q=39000kJ/kg, $c_{\text{apă}}=4200\text{J/kg}\cdot\text{K}$, $\rho_{\text{gaz}}=0,716\text{kg/m}^3$.

Rezolvare:

$$Q_{\text{cedat}} = Q_{\text{primit}}$$

$$m_{\text{gaz}} \cdot q = m_{\text{apă}} \cdot c \cdot \Delta t$$

$$\rho_{\text{gaz}} \cdot V \cdot q = m_{\text{apă}} \cdot c \cdot (t_f - t_i)$$

$$V = 195,5 \cdot 4200 \cdot 68 / 390000000 \cdot 0,716$$

$$V = 19,99 \text{ m}^3$$

$$D_V = V/t,$$

$$D_V = 19,99/1500 = 0,0013 \text{ m}^3/\text{s}.$$

77. Într-un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă se toarnă 500g de apă cu temperatura 6°C și se introduce o bucată de gheață cu masa 70g și temperatura -10°C . Caracterizați starea termică a sistemului. Se dau: $c_g = 2100 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $c_a = 4200 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $\lambda_t = 340000 \text{ J/kg}$.

Rezolvare:

Aflăm caldura necesară apei să ajungă la 0°C

$$Q_a = m_a \cdot c \cdot \Delta t = m_a \cdot c \cdot (t - 0)$$

$$Q_a = 0,5 \cdot 4200 \cdot 6 = 12600 \text{ J}$$

Aflăm caldura necesară pentru gheață să ajungă la 0°C

$$Q_g = m_g \cdot c_g \cdot \Delta t + m_g \cdot \lambda_t$$

$$Q_g = 0,07 \cdot 2090 \cdot 10 + 0,07 \cdot 340000 = 25263 \text{ J}$$

Q_g mai mare ca și Q_a , o parte din gheață se topește.

(prof. Doble Ileana)

78. În fața unei lentile convergente subțiri este situat un obiect la distanța de 5cm față de aceasta, lentila având distanța focală de 10cm. La ce distanță față de lentilă se va forma imaginea? Ce fel de imagine este?

Rezolvare:

$$1/x + 1/x' = 1/f$$

$$1/5 + 1/x' = 1/10$$

$$1/x' = -1/10$$

$$x' = -10\text{cm} \quad \text{ imaginea este virtuală}$$

(Berariu Alexandru cls. a VIII-a D

79. Un avion de tip Black Bird zboară cu o viteză constantă de trei ori mai mare ca viteza sunetului din Italia în Irak pe distanța 4200km. Calculați durata zborului.

Rezolvare:

$$v = 3 \cdot 340\text{m/s} = 1020\text{m/s} = 3672\text{km/h}$$

$$t = d/v$$

$$t = 4200\text{km}/3672\text{km/h} = 1,14\text{h}$$

80. Ionică este arcaș profesionist la el în sat. Dar de la o vreme el nu mai vede bine la depărtare pentru a trage. Care este deficiența lui de vedere și ce fel de lentile are nevoie pentru a vedea din nou ca înainte.

Rezolvare:

Deficiența se numește hipermetropie și se corectează cu lentile convergente.

(Lazăr Sara cls. a VIII-a E)

81. Ana poartă ochelari, ea are 5 dioptrii. Dacă distanța de la lentilă la imagine este 25cm. Aflați distanța la care se află obiectul față de lentila ochelarilor.

Rezolvare:

$$C = 1/f$$

$$f = 1/C$$

$$f = 1/5 = 0,2\text{m} = 20\text{cm}$$

$$1/x + 1/x' = 1/f$$

$$1/x + 1/25 = 1/20$$

$$1/x = 1/100$$

$$x = 100\text{cm}$$

82. O rază de lumină cade pe o oglindă plană orizontală. Raza formează cu orizontala un unghi de 35° . Să se afle valoarea unghiului de reflexie.

Rezolvare:

$$i = 90^\circ - \alpha$$

$$i = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$r = i = 55^\circ$$

(Dănilă Maia cls.a VIII-a E)

83. Marian se joacă în curtea școlii cu o oglindă proiectând lumina de la soare pe fața unui coleg. Știind că raza incidentă formează cu suprafața oglinzii un unghi de 40° aflați valoarea unghiului format de raza incidentă cu raza reflectată.

Rezolvare:

$$i = 90^\circ - \alpha$$

$$i = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$i = r$$

$$\beta = i + r = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$$

84. În fața unei lentile convergente cu distanța focală 12 cm este așezat un obiect la o distanță de cinci ori mai mare ca și distanța focală. Aflați la ce distanță se formează imaginea față de lentilă, precizați caracteristicile imaginii și stabiliți convergența lentilei.

Rezolvare:

$$1/x + 1/x' = 1/f$$

$$1/60 + 1/x' = 1/12$$

$$x' = 15\text{cm}, \text{ imaginea este reală, răsturnată, mai mică ca obiectul}$$

$$C = 1/f$$

$$C = 1/0,12 = 8,3 \text{ dioptrii}$$

(Morar Vlad cls. a VIII-a E)

85. Nicolae poartă ochelari cu convergența -2 dioptrii și bunicul său poartă ochelari cu convergență +4 dioptrii. Ce fel de lentile poartă fiecare? Care este distanța focală a lentilelor.

Rezolvare:

Nicolae are lentilă divergentă, bunicul are lentilă convergentă.

$$f = 1/C$$

$$f = 1/-2 = -0,5\text{m} = -50\text{cm}$$

$$f = 1/4 = 0,25\text{m} = 25\text{cm}$$

86. Bogdan ține cartea la distanța $x' = 30\text{cm}$ față de ochi, pentru a vedea să citească. Ca să poată citi are nevoie de ochelari, să poată ține cartea la distanța vederii optime $x = 25\text{cm}$. Ce defect de vedere are Bogdan? Ce dioptrie trebuie să aibă ochelarii lui?

Rezolvare:

Hipermetropie

Ochelarii formează imaginea clară la distanța de 30 cm dacă se ține cartea la distanța vederii optime, se formează imagine virtuală.

$$1/x + 1/x' = 1/f$$

$$1/25 - 1/30 = 1/f$$

$$f = 150\text{cm}$$

$$C = 1/f$$

$$C = 0,6 \text{ dioptrii}$$

(Varga Timea cls.a VIII-a D)

Probleme de matematică pentru clasa a V a

1. Să se afle perechile de numere naturale x și y astfel încât fracția $\frac{xy-x+2y-2}{3}$ să fie fracție subunitară.

Soluție

$$\begin{aligned} xy - x + 2y - 2 &= x(y - 1) + 2(y - 1) \\ &= (y - 1)(x + 2) = (y - 1)(x + 2) \end{aligned}$$

$$xy - x + 2y - 2 < 3$$

$$(y - 1)(x + 2) = 1(y - 1)(x + 2) = 1$$

$$\begin{cases} y - 1 = 1 \\ x + 2 = 1 \end{cases} \begin{cases} y - 1 = 1 \\ x + 2 = 1 \end{cases} \text{ imposibil}$$

$$(y - 1)(x + 2) = 2$$

$$\begin{cases} y - 1 = 1 \\ x + 2 = 2 \end{cases} \begin{cases} y - 1 = 1 \\ x + 2 = 2 \end{cases} \square \begin{cases} y = 2 \\ x = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

(GALIȘ RAREȘ clasa a V a A)

2. Într-o urnă sunt 15 bile albe, 12 bile negre și 25 bile roșii. Care este numărul minim de bile pe care trebuie să le extragem, fără a ne uita în urnă, pentru a fi siguri că am scos 5 bile de aceeași culoare.

Soluție

Pentru a fi siguri că am scos 5 bile de aceeași culoare procedăm astfel:

- Scoatem 4 bile de fiecare culoare deci în total 12 bile
- Mai scoatem o bilă, prin urmare vor fi 5 de aceeași culoare

Prin urmare scoatem 13 bile pentru a fi siguri că am scos 5 bile de aceeași culoare.

(GALIȘ RAREȘ clasa a V a A)

3. Un dreptunghi are lățimea de 4 cm și lungimea de trei ori mai mare. Calculați perimetrul dreptunghiului.

Soluție

$$l = 4 \text{ cm}$$

$$L = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}$$

$$P = 2 \cdot (l + L)$$

$$P = 2 \cdot (4 + 12)$$

$$P = 2 \cdot 16$$

$$P = 32 \text{ cm}$$

(GALIȘ RAREȘ clasa a V a A)

4. Perimetrul unui dreptunghi este de 30 cm. Dacă lungimea lui se mărește de 2 ori, iar lățimea se mărește de 4 ori cu noile dimensiuni se poate obține un pătrat. Află perimetrul figurii obținute.

Soluție

$$2(L + l) = 30 \Rightarrow L + l = 15$$

Deoarece obținem un pătrat dacă mărim lungimea de două ori va fi egală cu lățimea mărită de patru ori deci

$$2L = 4l \Rightarrow L = 2l$$

$$2l + l = 15$$

$$l = 5 \text{ cm și } L = 10 \text{ cm}$$

$$2L = 20 \text{ cm}$$

$$L = 10 \text{ cm}$$

Prin urmare latura pătratului va fi 20 cm

$$P = 4 \cdot 20 = 80 \text{ cm}$$

(BĂLȘANU DIANA clasa a V a A)

5. Aflați două numere naturale știind că suma lor este 33 iar unul dintre numere este de două ori mai mare decât celălalt.

Soluție

x = primul număr

y = al doilea număr

$$y = 2x$$

$$x + y = 33$$

$$x + 2x = 33$$

$$3x = 33$$

$$x = 11$$

$$y = 33 - 11$$

$$y = 22$$

(BURACSIK ȘTEFANIA clasa a V a A)

6. Aflați două numere naturale știind că suma lor este 27 iar diferența lor este 7.

Soluție

x = primul număr

y = al doilea număr

$$x + y = 27$$

$$x - y = 7$$

$$x = y + 7$$

$$y + 7 + y = 27$$

$$2y + 7 = 27$$

$$2y = 27 - 7$$

$$2y = 20$$

$$y = 10$$

$$x = 10 + 7$$

$$x = 17$$

(BURACSIK ȘTEFANIA clasa a V a A)

7. Știind că suma a trei numere naturale consecutive este 30, aflați numerele.

Soluție

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 30$$

$$3x + 3 = 30$$

$$3x = 27$$

$$x = 9$$

Răspuns

Numerele sunt 9, 10 și 11

(TRIPON ARIANA clasa a V a A)

8. La un aprozar s-au vândut 200 kg de roșii la prețul de 4 lei, respectiv 6 lei încasându-se în total 980 lei. Câte kg de roșii de fiecare fel au fost vândute?

Soluție

$a = \text{nr. kg roșii la prețul de 4 lei}$

$b = \text{nr. kg roșii la prețul de 6 lei}$

$$a + b = 200$$

$$4a + 6b = 980$$

$$a = 200 - b$$

$$4 \cdot (200 - b) + 6b = 980$$

$$800 - 4b + 6b = 980$$

$$800 + 2b = 980$$

$$2b = 980 - 800$$

$$2b = 180$$

$$b = 90$$

$$a + 90 = 200$$

$$a = 110$$

(MUREȘAN ROBERT clasa a V a A)

9. Suma a două numere naturale este 86. Determinați numerele, știind că împărțind numărul cel mare la numărul cel mic obținem câtul 3 și restul 2.

Soluție

$a = \text{primul număr}$

$b = \text{al doilea număr}$

$$a + b = 86$$

$$a : b = 3 \text{ rest } 2$$

T.Î.R.

$$D = \hat{I} \cdot C + R$$

$$a = 3b + 2$$

$$3b + 2 + b = 86$$

$$4b + 2 = 86$$

$$4b = 86 - 2$$

$$4b = 84$$

$$b = 21$$

$$a + 21 = 86$$

$$a = 65$$

(MICU MIHAI clasa a V a A)

10. Am o carte de 80 de pagini. Ieri am citit trei pătrimi din numărul de pagini al cărții iar azi am citit o cincime din rest. Câte pagini mai am de citit ca să termin cartea?

Soluție

$$\frac{3}{4} \text{ din } 80 = 80 : 4 \cdot 3 \frac{3}{4} \text{ din } 80 = 80 : 4 \cdot 3$$

$$= 20 \cdot 3 = 20 \cdot 3$$

$$= 60 \text{ pagini am citit ieri} = 60 \text{ pagini am citit ieri}$$

$$80 - 60 = 20 \text{ pagini mi - au mai rămas}$$

$$\frac{1}{5} \text{ din } 20 = 20 : 5 \cdot 1 \frac{1}{5} \text{ din } 20 = 20 : 5 \cdot 1$$

$$= 4 \cdot 1 = 4 \cdot 1$$

$$= 4 \text{ pagini am citit azi} = 4 \text{ pagini am citit azi}$$

$$80 - 60 - 4 = 16 \text{ pagini mai am de citit să o termin}$$

$$80 - 60 - 4 = 16 \text{ pagini mai am de citit să o termin}$$

(CHEREȘ FLAVIUS clasa a V a A)

11. Un agent imobiliar vinde un apartament la prețul de 54 milioane. Pentru tranzacția făcută el percepe un comision de 1% de la cumpărător și 2% de la vânzător. Ce comision va primi agentul?

Soluție

Comision de la cumpărător = **1% din 54.000.000**

$$= \frac{1}{100} \cdot 54.000.000 = \frac{1}{100} \cdot 54.000.000$$

$$= 540.000 \text{ lei} = 540.000 \text{ lei}$$

Comision de la vânzător = **2% din 54.000.000**

$$= \frac{2}{100} \cdot 54.000.000 = \frac{2}{100} \cdot 54.000.000$$

$$= 1.080.000 \text{ lei} = 1.080.000 \text{ lei}$$

Comision agent = 540.000 + 1.080.000

$$= 1.620.000 \text{ lei}$$

(TAȘCĂU ALEXANDRA clasa a V a A)

12. Știind că $a + c = 215$ și $b + d = 115$, aflați $a - b + c - d$.

Soluție

$$a - b + c - d = (a + c) - (b + d)$$

$$= 215 - 115$$

$$= 100$$

(TAȘCĂU ALEXANDRA clasa a V a A)

13. Suma a trei numere este 2,7. Aflați media aritmetică a celor trei numere.

Soluție

a, b, c = numerele

$$a + b + c = 2,7$$

$$m_a = (a + b + c) : 3$$

$$m_a = 2,7 : 3$$

$$m_a = 0,9$$

(TAȘCĂU ALEXANDRA clasa a V a A)

14. Calculați a) $5,2 + 3,2$

b) $3,2 - 1$

c) $1,26 : 6$

d) $3 \cdot 0,3$

Soluție

a) $5,2 + 3,2 = 8,4$

b) $3,2 - 1 = 3,2 - 1,0$

$$= 2,2$$

c) $1,26 : 6 = 1,26 : 6,00$

$$= 126 : 600$$

$$= 0,21$$

$$126 : 600 = 0,21$$

$$\begin{array}{r} 000 \\ 1260 \\ \underline{1200} \end{array}$$

$$600$$

$$\underline{600}$$

$$===$$

d) $3 \cdot 0,3 = 0,9$

$$0,3 \cdot$$

$$\underline{3}$$

$$0,9$$

(TAȘCĂU ALEXANDRA clasa a V a A)

15. Determinați numărul $\overline{xyztxyzt}$ știind că împărțind acest număr la $\overline{yzttyzt}$ obținem câtul $x + 1$ și restul $x + 2$.

Soluție

Aplicăm teorema împărțirii cu rest

$$D = \hat{I} \cdot C + R$$

$$\overline{xyzt} = (x + 1) \cdot \overline{yzt} + x + 2$$

$$1000x + \overline{yzt} = x \cdot \overline{yzt} + \overline{yzt} + x + 2$$

$$1000x = x \cdot \overline{yzt} + x + 2$$

Dacă $x = 1$ atunci

$$1000 = \overline{yzt} + 3$$

$$997 = \overline{yzt}997 = \overline{yzt}$$

$$\text{Deci } \overline{xyzt} = 1997\overline{xyzt} = 1997$$

Dacă $x = 2$ atunci

$$2000 = 2 \cdot \overline{yzt} + 4$$

$$1996 = 2 \cdot \overline{yzt}1996 = 2 \cdot \overline{yzt}$$

$$998 = \overline{yzt}$$

$$\text{Deci } \overline{xyzt} = 1998\overline{xyzt} = 1998$$

Dacă $x = 3$ atunci

$$3000 = 3 \cdot \overline{yzt} + 5$$

$$2995 = 3 \cdot \overline{yzt}2995 = 3 \cdot \overline{yzt} \text{ imposibil}$$

Dacă $x = 4$ atunci

$$4000 = 4 \cdot \overline{yzt} + 6$$

$$3994 = 4 \cdot \overline{yzt}3994 = 4 \cdot \overline{yzt} \text{ imposibil}$$

Dacă $x = 5$ atunci

$$5000 = 5 \cdot \overline{yzt} + 7$$

$$4993 = 5 \cdot \overline{yzt}4993 = 5 \cdot \overline{yzt} \text{ imposibil}$$

Dacă $x = 6$ atunci

$$6000 = 6 \cdot \overline{yzt} + 8$$

$$5992 = 6 \cdot \overline{yzt}5992 = 6 \cdot \overline{yzt} \text{ imposibil}$$

Dacă $x = 7$ atunci

$$7000 = 7 \cdot \overline{yzt} + 9$$

$$6991 = 7 \cdot \overline{yzt}6991 = 7 \cdot \overline{yzt} \text{ imposibil}$$

Dacă $x = 8$ atunci

$$8000 = 8 \cdot \overline{yzt} + 10$$

$$7990 = 8 \cdot \overline{yzt}7990 = 8 \cdot \overline{yzt} \text{ imposibil}$$

Dacă $x = 9$ atunci

$$9000 = 9 \cdot \overline{yzt} + 11$$

$$8989 = 9 \cdot \overline{yzt}8989 = 9 \cdot \overline{yzt} \text{ imposibil}$$

Deci numerele sunt 1997 și 1998.

(CRIȘAN CĂLIN clasa a V a A)

$$16. \quad \text{Se dă numărul } A = 9 + 99 + 999 + 9999 + \dots + \underbrace{99 \dots 999}_{2007 \text{ ori}} \dots \underbrace{9}_{2007 \text{ ori}}$$

Soluție

$$A = (10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + \left(\underbrace{1000 \dots 0}_{2007 \text{ de } 0} - 1 \right) \left(\underbrace{1000 \dots 0}_{2007 \text{ de } 0} - 1 \right)$$

$$A = \left(\underbrace{10 + 100 + \dots + 100 \dots 0}_{2007 \text{ de } 0} \right) - \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{2007}$$

$$A = \underbrace{111 \dots 10}_{2007 \text{ de } 1} - 2007$$

$$A = \underbrace{11 \dots 109103}_{2008 \text{ cifre}}$$

prin urmare numărul are 2004 de 1

(GALIȘ RAREȘ clasa a V a A)

17. Perimetrul unui dreptunghi este de 22 m iar lungimea este triplul lățimii. Aflați aria dreptunghiului.

Soluție

$$P = 22 \text{ m}$$

$$L = 3l$$

$$A = ?$$

$$P = l + 3l + l + 3l$$

$$22 = l + 3l + l + 3l$$

$$22 = 1l + 6l + 1l$$

$$22 = 2l + 6l$$

$$22 = 8l$$

$$l = 22 : 8$$

$$l = 2,75 \text{ m}$$

$$L = 2,75 \cdot 3$$

$$L = 8,25 \text{ m}$$

$$A = L \cdot l$$

$$A = 2,75 \cdot 8,25$$

$$A = 22,6875 \text{ m}^2.$$

(MÂNDRILĂ RAREȘ clasa a V a A)

18. Aria unui pătrat este $0,81 \text{ m}^2$. Aflați perimetrul pătratului.

Soluție

$$A = l^2$$

$$A = 0,81 \text{ m}^2 \quad \square \quad l^2 = 0,81$$

$$l^2 = \frac{81}{100} l^2 = \frac{81}{100}$$

$$l^2 = \frac{9^2}{10^2} l^2 = \frac{9^2}{10^2}$$

$$l = \frac{9}{10} \quad l = \frac{9}{10}$$

$$l = 0,9 \text{ m}$$

$$P = 4 \cdot l$$

$$P = 4 \cdot 0,9$$

$$P = 3,6 \text{ m}$$

(BUȚIU – VESA LUCA clasa a V a A)

19. Andrei și Dan au împreună 110 lei. După ce bunica lor îi mai dă 35 lei lui Andrei și 15 lei lui Dan, cei doi au sume egale. Calculați ce sume au avut la început cei doi copii.

Soluție

a = suma lui Andrei

b = suma lui Dan

$$a + b = 110$$

$$a + 35 = b + 15$$

$$a + b - (a + 35) = 110 - (b + 15)$$

$$a + b - a - 35 = 110 - b - 15$$

$$b - 35 = 95 - b$$

$$b + b = 95 + 35$$

$$2b = 130$$

$$b = 65 \text{ lei}$$

$$a + b = 110$$

$$a + 65 = 110$$

$$a = 110 - 65$$

$$a = 45 \text{ lei}$$

(SFÂRĂILĂ CRISTIAN clasa a V a A)

20. Perimetrul unui dreptunghi este 172 m. Aflați dimensiunile sale, știind că, dacă mărim cu 5 m jumătate din lățime, obținem cu 20 dm mai puțin decât jumătate din lungime.

Soluție

$$P = 172 \text{ m}$$

$$L = ?$$

$$l = ?$$

$$\frac{l}{2} + 5m = \frac{L}{2} - 20dm$$

$$P = 2 \cdot (L + l)$$

$$2 \cdot (L + l) = 172 \text{ m}$$

$$L + l = 172 : 2$$

$$L + l = 86 \text{ m}$$

$$\frac{l}{2} + 5m = \frac{L}{2} - 20dm$$

$$\frac{l}{2} + 5m = \frac{L}{2} - 2m$$

$$5m + 2m = \frac{L}{2} - \frac{l}{2}$$

$$7m = \frac{L - l}{2}$$

$$7 \cdot 2 = L - l$$

$$L - l = 14$$

$$L + l = 86$$

$$2 \cdot L = 100m \Rightarrow L = 100 \div 2 \Rightarrow L = 50m$$

$$50 + l = 86m \Rightarrow l = 86 - 50 \Rightarrow l = 36m$$

(MICU MIHAI clasa a V a A)

21. Opt stilouri și cinci pixuri costă 90 lei. Patru stilouri și trei pixuri de același tip cu primele costă 46 lei. Cât costă un stilou?

Soluție

s = prețul unui stilou

p = prețul unui pix

$$8 \cdot s + 5 \cdot p = 90$$

$$4 \cdot s + 3 \cdot p = 46$$

$$16 \cdot s + 10 \cdot p = 180$$

$$16 \cdot s + 12 \cdot p = 184$$

$$2 \cdot p = 4$$

$$p = 2 \text{ lei}$$

$$8 \cdot s + 5 \cdot p = 90$$

$$8 \cdot s + 5 \cdot 2 = 90$$

$$8 \cdot s + 10 = 90$$

$$8 \cdot s = 80$$

$$s = 10 \text{ lei}$$

(ORZ PAULA clasa a V a A)

22. Bogdan a cumpărat mere la prețul de 2,75 lei pe kilogram și la prețul de 3,50 lei pe kilogram. Calculați câte kilograme de mere au fost la 3,50 lei kilogramul și câte la 2,75 lei kilogramul, dacă Bogdan a cumpărat 50 kilograme de mere și a plătit 160 lei.

Soluție

x = numărul de kilograme cu 2,75 lei

y = numărul de kilograme cu 3,50 lei

$$x + y = 50$$

$$2,75 \cdot x + 3,50 \cdot y = 160$$

$$x = 50 - y$$

$$(50 - y) \cdot 2,75 + 3,50 \cdot y = 160$$

$$50 \cdot 2,75 - y \cdot 2,75 + 3,50 \cdot y = 160$$

$$137,50 + y \cdot (3,50 - 2,75) = 160$$

$$137,50 + y \cdot 0,75 = 160$$

$$y \cdot 0,75 = 160 - 137,50$$

$$y \cdot 0,75 = 22,50$$

$$y = 22,50 : 0,75$$

$$y = 30$$

$$x + 30 = 50$$

$$x = 50 - 30$$

$$x = 20$$

(CRIȘAN CĂLIN clasa a V a A)

23. Într-un hotel sunt cazați 120 de oameni. Numărul românilor este $\frac{2}{5}$ din numărul total de

turiști, numărul moldovenilor este $\frac{1}{3}$ din ce a rămas iar restul sunt maghiari. Aflați numărul

maghiarilor.

Soluție

$$\text{Număr turiști români} = \frac{2}{5} \text{ din } 120$$

$$= 2 \cdot 120 : 5$$

$$= 240 : 5$$

$$= 48 \text{ turiști români}$$

$$120 - 48 = 72 \text{ (numărul turiștilor rămași)}$$

$$\text{Număr turiști moldoveni} = \frac{1}{3} \text{ din } 72$$

$$= 1 \cdot 72 : 3$$

$$= 72 : 3$$

$$= 24 \text{ turiști moldoveni}$$

$$\text{Număr turiști maghiari} = 72 - 24$$

$$= 48 \text{ turiști maghiari}$$

(CZANK DARIUS clasa a V a A)

24. Cristina își planifică să rezolve tema la matematică în trei zile. În prima zi rezolvă $\frac{3}{7}$ din

numărul de probleme, a doua zi $\frac{2}{7}$ din numărul total de probleme iar a treia zi restul. Știind că avut

de rezolvat 28 de probleme, aflați câte probleme a rezolvat în fiecare zi.

Soluție

$$\text{Prima zi} = \frac{3}{7} \text{ din } 28$$

$$= 3 \cdot 28 : 7$$

$$= 84 : 7$$

$$= 12 \text{ probleme}$$

$$\text{A doua zi} = \frac{2}{7} \text{ din } 28$$

$$= 2 \cdot 28 : 7$$

$$= 56 : 7$$

$$= 8 \text{ probleme}$$

$$\text{A treia zi} = 28 - 12 - 8$$

$$= 16 - 8$$

$$= 8 \text{ probleme}$$

(MESZAR TAMISA clasa a V a A)

25. Aflați o fracție al cărei numărător este egal cu dublul numitorului. Știind că dacă din numărător scădem 195 iar la numitor adunăm 95 obținem o fracție echiunitară.

Soluție

Forma fracției este $\frac{2 \cdot n}{n}$ iar fracția echiunitară obținută este următoarea $\frac{2 \cdot n - 195}{n + 95}$

$$\text{Deci } 2n - 195 = n + 95$$

$$2n = n + 290$$

$$n = 290$$

$$\text{Fracția cerută este } \frac{2 \cdot 290}{290} = \frac{580}{290}$$

(DUMITRAȘ DARIO clasa a V a A)

26. Se dă șirul de numere 10, 13, 16, 19, ...

- Calculați al 2016 – lea termen.
- Aflați dacă 2015 este termen al șirului.
- Calculați suma primilor 201 termeni ai șirului.

Soluție

$$\text{a) } a_1 = 10$$

$$a_2 = 13 = 10 + 3 \cdot 1$$

$$a_3 = 16 = 10 + 3 \cdot 2$$

$$a_4 = 19 = 10 + 3 \cdot 3$$

Prin urmare

$$a_{2016} = 10 + 3 \cdot 2015$$

$$= 10 + 6045$$

$$= 6055$$

b) Verificăm dacă 2015 este termen al șirului

$$2015 = 10 + 3 \cdot (n - 1)$$

$$2005 = 3 \cdot (n - 1)$$

Împărțirea nu se poate efectua, deci 2015 nu este termen al șirului.

$$\text{c) } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{201} = 10 + (10 + 3 \cdot 1) + (10 + 3 \cdot 2) + (10 + 3 \cdot 3) + \dots +$$

$$(10 + 3 \cdot 200)$$

$$= (3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + \dots + 3 \cdot 200) + 10 + \underset{\text{de } 201 \text{ ori}}{10 + \dots + 10}$$

$$= 3 \cdot (1 + 2 + \dots + 200) + 10 \cdot 201$$

$$= 3 \cdot 200 \cdot 201 : 2 + 2010$$

$$\begin{aligned}
&= 300 \cdot 201 + 2010 \\
&= 60300 + 2010 \\
&= 62310
\end{aligned}$$

(GALIȘ RAREȘ clasa a V a A)

27. Fie numerele $m = (1+2+3)^4 + 5 \cdot 6 \cdot (7+8+9)$ și $n = 1 + 2 + \dots + 63$. Calculați 2016^{m-n} .

Soluție

$$m = (1+2+3)^4 + 5 \cdot 6 \cdot (7+8+9)$$

$$m = 6^4 + 5 \cdot 6 \cdot 24$$

$$m = 1296 + 30 \cdot 24$$

$$m = 1296 + 720$$

$$m = 2016$$

$$n = 1 + 2 + \dots + 63$$

$$n = 63 \cdot 64 / 2$$

$$n = 63 \cdot 32$$

$$n = 2016$$

$$\begin{aligned}
\text{Calculăm } 2016^{m-n} &= 2016^{2016-2016} \\
&= 2016^0 \\
&= 1
\end{aligned}$$

(CRIȘAN CĂLIN clasa a V a A)

28. Să se afle numerele naturale de forma $\overline{abac}$ știind că $c = 2$ și $b = c + a$.

Soluție

Deoarece a este cifră $\Rightarrow a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Dacă $a = 1$ ® $b = c + a$

$$b = 2 + 1$$

$$b = 3$$

$$\overline{abac} = \overline{1312}$$

Dacă $a = 2$ ® $b = c + a$

$$b = 2 + 2$$

$$b = 4$$

$$\overline{abac} = \overline{2422}$$

Dacă $a = 3$ ® $b = c + a$

$$b = 2 + 3$$

$$b = 5$$

$$\overline{abac} = \overline{3532}$$

$$\text{Dacă } a = 4 \text{ ® } b = c + a$$

$$b = 2 + 4$$

$$b = 6$$

$$\overline{abac} = \overline{4642}$$

$$\text{Dacă } a = 5 \text{ ® } b = c + a$$

$$b = 2 + 5$$

$$b = 7$$

$$\overline{abac} = \overline{5752}$$

$$\text{Dacă } a = 6 \text{ ® } b = c + a$$

$$b = 2 + 6$$

$$b = 8$$

$$\overline{abac} = \overline{6862}$$

$$\text{Dacă } a = 7 \text{ ® } b = c + a$$

$$b = 2 + 7$$

$$b = 9$$

$$\overline{abac} = \overline{7972}$$

$$\text{Dacă } a = 8 \text{ ® } b = c + a$$

$$b = 2 + 8$$

$$b = 10 \text{ imposibil deoarece } b \text{ este cifră}$$

$$\text{Dacă } a = 9 \text{ ® } b = c + a$$

$$b = 2 + 9$$

$$b = 11 \text{ imposibil deoarece } b \text{ este cifră}$$

$$\Rightarrow \overline{abac} \in \{1312, 2422, 3532, 4642, 5752, 6862, 7972\}$$

(MÂNDRILĂ RAREȘ clasa a V a A)

29. Într-un magazin s-au vândut în prima zi 22,6 kg mere iar a doua zi 46,8 kg mere. În a treia zi s-au vândut de două ori mai puține kilograme decât în cele două zile la un loc. Câte kg de mere s-au vândut în total?

Soluție

$$\text{în prima zi} = 22,6 \text{ kg}$$

$$\text{a doua zi} = 46,8 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \text{în primele două zile la un loc} &= 22,6 + 46,8 \\ &= 69,4 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\text{a treia zi} = 69,4 : 2$$

$$= 34,7 \text{ kg}$$

$$\text{total} = 22,6 + 46,8 + 34,7$$

$$= 69,4 + 34,7$$

$$= 104,1 \text{ kg}$$

(COBRAC KARINA clasa a V a A)

30. Maria are o sumă de bani. Mama îi mai dă 23 lei. Maria cumpără patru acadele cu 1,50 bucata și constată că mai are 35 lei. Câți lei a avut Maria ?

Soluție

$$\text{Aflăm prețul acadelor} = 1,50 \cdot 4$$

$$= 6 \text{ lei}$$

$$6 + 35 = 41 \text{ lei}$$

$$41 - 23 = 18 \text{ lei}$$

Răspuns 18 lei

(CABA BOGDAN clasa a V a A)

31. O familie merge la circ. Un bilet de adulți costă 8,50 lei iar un bilet de copil costă de două ori mai puțin decât un bilet de adult. Câți lei vor plăti dacă merg la circ cei doi părinți și cei doi copii ai lor?

Soluție

$$\text{Prețul pentru cei doi părinți} = 8,50 \cdot 2$$

$$= 17 \text{ lei}$$

$$\text{Prețul biletului pentru un copil} = 8,50 : 2$$

$$= 4,25 \text{ lei}$$

$$\text{Prețul pentru cei doi copii} = 4,25 \cdot 2$$

$$= 8,50 \text{ lei}$$

$$\text{Prețul pentru întreaga familie} = 17 + 8,50$$

$$= 25,50 \text{ lei}$$

Răspuns 25,50 lei

(CABA BOGDAN clasa a V a A)

32. Un măr face 90 de mere anual. Răzvan culege o treime din ele, Iulian 20 de mere iar Bogdan restul. Câte mere a cules Bogdan în doi ani?

Soluție

Notăm R = nr. mere Răzvan

$$R = \frac{1}{3} \text{ din } 90$$

$$= 90 : 3$$

$$= 30$$

$$I = 20$$

B = nr. mere Bogdan

$$B = 90 - 30 - 20$$

$$B = 60 - 20$$

$$B = 40$$

Dacă într-un an Bogdan a cules 40 de mere atunci în doi ani a cules $40 \cdot 2 = 80$ de mere.

(IACOB GIULIA clasa a V a A)

33. O omidă are 100 de picioare. Dacă pierde o pătrime din ele și încă o treime din rest, câte picioare îi rămân?

Soluție

$$100 : 4 = 25 \text{ picioare}$$

$$100 - 25 = 75 \text{ picioare}$$

$$75 : 3 = 25 \text{ picioare}$$

$$100 - 25 - 25 = 75 - 25$$

$$= 50 \text{ picioare rămase}$$

(IACOB GIULIA clasa a V a A)

34. Într-un parc se află 210 bănci iar fiecare bancă are 2 locuri. Știind că 270 de locuri sunt ocupate, aflați câte bănci sunt libere?

Soluție

Aflăm câte locuri are parcul

$$210 \cdot 2 = 420 \text{ locuri}$$

Aflăm câte locuri sunt libere

$$420 - 270 = 150 \text{ locuri libere}$$

Aflăm câte bănci sunt libere

$$150 : 2 = 75 \text{ bănci libere}$$

(TRIF DEMIAN clasa a V a A)

35. Aflați media aritmetică a trei numere știind că primul număr este 55, al doilea număr este dublul primului iar al treilea număr este triplul primului număr.

Soluție

a, b, c = numerele

$$a = 55$$

$$b = 55 \cdot 2$$

$$b = 110$$

$$c = 55 \cdot 3$$

$$c = 165$$

$$m_a = ?$$

$$m_a = (a + b + c) : 3$$

$$m_a = (55 + 110 + 165) : 3$$

$$m_a = 330 : 3$$

$$m_a = 110$$

(MICU MIHAI clasa a V a A)

36. Maria are patru frați și trei surori. Câte surori are fratele ei Mihai?

Soluție

Deoarece Maria are trei surori înseamnă că în familie sunt 4 fete.

Deci Mihai are 4 surori.

(IACOB GIULIA clasa a V a A)

37. Ioana a rezolvat $\frac{2}{3}$ din numărul de pagini al culegerii de matematică. Știind că i-au rămas 70

pagini nerezolvate, aflați câte pagini are culegerea de matematică.

Soluție

c = numărul de pagini al culegerii

$$c - \frac{2c}{3} = 70$$

$$\frac{3c}{3} - \frac{2c}{3} = 70$$

$$\frac{1c}{3} = 70$$

$$c = 210 \text{ pagini}$$

(BIRTA MAYA clasa a VI a D)

38. Lungimea unui dreptunghi este de trei ori mai mare decât lățimea sa. Știind că perimetrul dreptunghiului este de 320 cm, aflați aria sa.

Soluție

$$L = 3l$$

$$P = 320 \text{ cm}$$

$$3l + l + 3l + l = 320$$

$$8l = 320$$

$$l = 320 : 8$$

$$l = 40 \text{ cm}$$

$$L = 120 \text{ cm}$$

$$A = L \cdot l$$

$$A = 40 \cdot 120$$

$$A = 4800 \text{ cm}^2$$

(BUȚIU-VESA LUCA clasa a VI a D)

39. Perimetrul unui dreptunghi este 30 m. Știind că lungimea sa este 9 m, aflați lățimea și aria dreptunghiului.

Soluție

$$P = 30 \text{ m}$$

$$P = L + l + L + l$$

$$30 = 9 + l + 9 + l$$

$$30 = 18 + 1l + 1l$$

$$30 = 18 + 2l$$

$$2l = 30 - 18$$

$$2l = 12$$

$$l = 12 : 2$$

$$l = 6 \text{ m}$$

$$A = L \cdot l$$

$$A = 9 \cdot 6$$

$$A = 54 \text{ m}^2$$

(BĂLȘANU DIANA clasa a V a A)

40. Într-o grădină sunt 45 pomi fructiferi. Știind că $\frac{1}{3}$ din numărul total sunt meri, $\frac{1}{5}$ din rest sunt cireși iar restul piersici, aflați câți pomi fructiferi sunt de fiecare fel.

Soluție

$$\text{meri} = \frac{1}{3} \text{ din } 45$$

$$= 1 \cdot 45 \div 3$$

$$= 15$$

$$45 - 15 = 30$$

$$\text{ciresi} = \frac{1}{5} \text{ din } 30$$

$$= 1 \cdot 30 \div 5$$

$$= 6$$

$$\text{piersici} = 45 - 15 - 6$$

$$= 24$$

Răspuns: 15 meri

6 cireși

24 piersici

(DUMITRAȘ DARIO clasa a V a A)

41. Maria locuiește într-un bloc cu 41 de apartamente. Câte cifre de 1 vede pe ușile vecinilor?

Soluție

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41.

Răspuns 15 cifre

(BOBIOACĂ OVIDIU clasa a V a A)

42. Ghiozdanul Anei cântărește 35 kg. Acesta, gol cântărește 15 kg. Câte kg cântărește fiecare carte, știind că are în ghiozdan 5 cărți, care cântăresc la fel?

Soluție

$$35\text{kg} - 15\text{kg} = 20\text{kg}$$

$$20\text{kg} : 5 = 4 \text{ kg}$$

R: 4 kg/ o carte

(DUMITRAȘ DARIO clasa a V a A)

43. Media aritmetică a trei numere este 127. Calculați al treilea număr, știind că media aritmetică a primelor două numere este 51.

Soluție

$$(a + b + c) : 3 = 127$$

$$a + b + c = 127 \cdot 3$$

$$a + b + c = 381$$

$$(a + b) : 2 = 51$$

$$a + b = 51 \cdot 2$$

$$a + b = 102$$

$$102 + c = 381$$

$$c = 381 - 102$$

$$c = 279$$

(MUREȘAN ROBERT clasa a V a A)

44. Care este a 1979- a zecimală din numărul $32,(\overline{489})$?

Soluție

$$1979 : 3 = 659$$

18

$$=17$$

$$\underline{15}$$

$$=29$$

$$\underline{27}$$

$$=2 \square \text{ a doua cifră din perioadă}$$

a 1979 – a cifră este 8

(CRIȘAN CĂLIN clasa a V a A)

45. Andreea are 8 ani, iar Alex 34 ani. Peste câți ani vârsta lui Alex va fi de 3 ori mai mare decât vârsta lui Andreea?

Soluție

x - nr. ani

$$8 + x = \text{vârstă Andreea}$$

$$34 + x = \text{vârstă Alex}$$

$$34 + x = 3 \cdot (8 + x)$$

$$34 + x = 24 + 3x$$

$$34 - 24 = 3x - x$$

$$10 = 2x$$

$$x = 5$$

R: 5 ani

(CHEREȘ FLAVIUS clasa a V a A)

46. O mașină parcurge 1 km în 10 minute. Câți kilometri parcurge în 5 ore?

Soluție

$$1 \text{ km} = 10 \text{ min}$$

$$6 \text{ km} = 60 \text{ min}$$

$$60 \text{ min} = 1 \text{ h}$$

$$1 \text{ h} = 6 \text{ km}$$

$$5 \text{ h} = 6 \text{ km} \cdot 5$$

$$5 \text{ h} = 30 \text{ km}$$

R: 30 km

(MIȘCA ANTONIA clasa a V a A)

47. Pentru 7 cărți și 8 caiete s-au plătit 106 lei, iar pentru 7 cărți și 6 caiete s-au plătit 90 lei. Cât costă o carte?

Soluție

x – preț carte

y – preț caiet

$$\begin{cases} 7x + 8y = 106 \\ 7x + 6y = 90 \end{cases}$$

Scădem cele două relații și obținem

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$7x + 8 \cdot 8 = 106$$

$$7x + 64 = 106$$

$$7x = 42$$

$$x = 6$$

R: O carte costă 6 lei.

(MÂNDRILĂ RAREȘ clasa a V a A)

48. Un cultivator sortează legumele produse în: 40 kg pătrunjel și 20 kg morcovi. Prețul legumelor pe piață este de 2,60 lei kg de morcovi și de 3,60 lei kg de pătrunjel. Cultivatorul se gândește că, dacă ar amesteca legumele și le-ar vinde cu prețul mediu de $(3,60 + 2,60) : 2 = 3,1$ lei kilogramul, suma rezultată din vânzare ar fi aceeași.

- a) Efectuați calculele și arătați că, cultivatorul nu are dreptate.
- b) Calculați pierderea suferită de cultivator.
- c) Calculați prețul mediu corect pentru kilogramul de legume rezultate prin amestecarea celor două sortimente.

Soluție

a) $40 \text{ kg} \cdot 3,60 \text{ lei} = 144 \text{ lei}$

$$20 \text{ kg} \cdot 2,60 \text{ lei} = 52 \text{ lei}$$

$$144 \text{ lei} + 52 \text{ lei} = 196 \text{ lei}$$

$$40 \text{ kg} + 20 \text{ kg} = 60 \text{ kg}$$

$$60 \text{ kg} \cdot 3,1 \text{ lei} = 186 \text{ lei}$$

R: Cultivatorul nu are dreptate, pentru că după calculele lui prețul legumelor ar fi de 186 lei, iar după calculele corecte prețul legumelor ar fi de 196 lei.

b) $196 \text{ lei} - 186 \text{ lei} = 10 \text{ lei}$

R: Pierderea este de 10 lei.

c) $60 \text{ kg} \cdot y = 196 \text{ lei}$

$$y = 196 \text{ lei} : 60 \text{ kg}$$

$$y = 3,26 \text{ lei/kg}$$

R: Prețul pentru kilogramul de legume rezultat prin amestecarea celor două sortimente este de 3,26 lei.

(BURACSIK ȘTEFANIA clasa a V a A)

49. Știind că suma a două numere este 28 iar unul dintre numere este 24, aflați al doilea număr.

Soluție

a, b = numerele

$$a + b = 28$$

$$b = 24$$

$$a + 24 = 28$$

$$a = 28 - 24$$

$$a = 4$$

(BOCIOACĂ OVIDIU clasa a V a A)

50. Suma a trei numere este 354. Știind că două dintre ele sunt 20 și 200, aflați al treilea număr.

Soluție

a, b, c = numerele

$$a + b + c = 354$$

$$a = 20$$

$$b = 200$$

$$20 + 200 + c = 354$$

$$c = 354 - 20 - 200$$

$$c = 334 - 200$$

$$c = 134$$

(BOCIOACĂ OVIDIU clasa a V a A)

51. Perimetrul unui dreptunghi este 26 m. Știind că lungimea sa este 7 m, aflați lățimea și aria dreptunghiului.

Soluție

$$P = 26 \text{ m}$$

$$P = L + l + L + l$$

$$26 = 7 + l + 7 + l$$

$$26 = 14 + 1l + 1l$$

$$26 = 14 + 2l$$

$$2l = 26 - 14$$

$$2l = 12$$

$$l = 12 : 2$$

$$l = 6 \text{ m}$$

$$A = L \cdot l$$

$$A = 7 \cdot 6$$

$$A = 42 \text{ m}^2$$

(PANTEA TEODORA clasa a VI a D)

52. Ana a cumpărat 200 de mere. În prima săptămână a mâncat $\frac{1}{4}$ din numărul lor, în a doua

săptămână a mâncat $\frac{1}{5}$ din numărul total de mere iar în a treia săptămână restul de mere. Câte mere

a mâncat Maria în a treia săptămână?

Soluție

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \text{ din } 200 &= 1 \cdot 200 \div 4 \\ &= 200 \div 4 \\ &= 50 \text{ prima saptamana} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \text{ din } 200 &= 1 \cdot 200 \div 5 \\ &= 200 \div 5 \\ &= 40 \text{ a doua saptamana} \end{aligned}$$

$$40 + 50 = 90$$

$$200 - 90 = 110 \text{ a treia săptămână}$$

(BONȚ DARIUS clasa a VI a D)

53. Un dreptunghi are lungimea egală cu dublul lățimii și perimetrul de 1,32 dam. Calculați lungimea și lățimea dreptunghiului.

Soluție

$$L = 2 \cdot l$$

$$L = 2l$$

$$P = 1,32 \text{ dam}$$

$$P = L + l + L + l$$

$$P = 2L + 2l$$

$$P = 2 \cdot 2l + 2l$$

$$P = 4l + 2l$$

$$P = 6l$$

$$1,32 = 6l$$

$$l = 1,32 : 6$$

$$l = 0,22 \text{ dam}$$

$$L = 0,22 \cdot 2$$

$$L = 0,44 \text{ dam}$$

$$L = 4,4 \text{ m}$$

$$l = 2,2 \text{ m}$$

(TRIF DEMIAN clasa a V a A)

54. Aflați media aritmetică dintre produsul numerelor 5,6 și 1,2 și câtul numerelor 18 și 4.

Soluție

$$5,6 \cdot 1,2 = 6,72$$

$$18 : 4 = 4,5$$

$$m_a = (a + b) : 2$$

$$m_a = (6,72 + 4,5) : 2$$

$$m_a = 11,22 : 2$$

$$m_a = 5,61$$

(HAMOODI AESHAH clasa a V a A)

55. Maria a cumpărat 300 bomboane. În prima zi a mâncat $\frac{2}{5}$ din numărul de bomboane. A doua zi a mâncat $\frac{3}{6}$ din numărul de bomboane rămase, iar a treia zi restul. Câte bomboane a mâncat în

fiecare zi?

Soluție

$$\text{Prima zi} = \frac{2}{5} \text{ din } 300$$

$$= 2 \cdot 300 : 5$$

$$= 600 : 5$$

$$= 120 \text{ bomboane}$$

$$\text{Rest} = 300 - 120$$

$$= 180 \text{ bomboane}$$

$$\text{A doua zi} = \frac{3}{6} \text{ din } 180$$

$$= 3 \cdot 180 : 6$$

$$= 540 : 6$$

$$= 90 \text{ bomboane}$$

$$\text{A treia zi} = 300 - 120 - 90$$

$$= 180 - 90$$

$$= 90 \text{ bomboane}$$

(MESZAR TAMISA clasa a V a A)

56. Media aritmetică a trei numere este 37,5 iar media aritmetică a primelor două numere este 31,4. Aflați al treilea număr.

Soluție

$$M_a = (a + b + c) : 3 = 37,5$$

$$a + b + c = 37,5 \cdot 3$$

$$a + b + c = 112,5$$

$$m_a = (a + b) : 2 = 31,5$$

$$a + b = 31,5 \cdot 2$$

$$a + b = 63$$

$$c = 112,5 - 63$$

$$c = 49,5$$

(TRIPON ARIANA clasa a V a A)

57. Un dreptunghi are lungimea de opt ori mai mare decât lățimea și perimetrul de 4,32 m. Calculați lungimea, lățimea și aria dreptunghiului.

Soluție

$$L = 8 \cdot l$$

$$L = 8l$$

$$P = 4,32 \text{ m}$$

$$P = L + l + L + l$$

$$P = 8l + 1l + 8l + 1l$$

$$P = 18l$$

$$4,32 = 18l$$

$$l = 4,32 : 18$$

$$l = 0,24 \text{ m}$$

$$L = 0,24 \cdot 8$$

$$L = 1,92 \text{ m}$$

$$A = L \cdot l$$

$$A = 0,24 \cdot 1,92$$

$$A = 0,4608 \text{ m}^2$$

(TRIF DEMIAN clasa a V a A)

58. Într-o florărie sunt 200 de flori. Știind că $\frac{4}{5}$ din numărul total sunt lalele, $\frac{1}{5}$ din rest sunt

trandafiri iar restul panseluțe, aflați câte flori sunt de fiecare fel.

Soluție

$$\begin{aligned}\text{lalele} &= \frac{4}{5} \text{ din } 200 \\ &= 4 \cdot 200 \div 5 \\ &= 160\end{aligned}$$

$$200 - 160 = 40$$

$$\begin{aligned}\text{trandafiri} &= \frac{1}{5} \text{ din } 40 \\ &= 1 \cdot 40 \div 5 \\ &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{persici} &= 200 - 160 - 8 \\ &= 32\end{aligned}$$

(ORZ PAULA clasa a V a A)

59. Un autoturism parcurge un drum în patru zile. În prima zi parcurge 80,4 km, a doua zi jumătate din distanța efectuată în prima zi, în a treia zi parcurge de 2,15 ori mai mult decât în distanța parcursă a doua zi iar în a patra zi parcurge cu 20,56 km mai puțin decât în a treia zi. Ce distanță a parcurs autoturismul în total?

Soluție

$$\text{Prima zi} = 80,4 \text{ km}$$

$$\begin{aligned}\text{A doua zi} &= 80,4 : 2 \\ &= 40,2 \text{ km}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{A treia zi} &= 40,2 \cdot 2,15 \\ &= 86,43 \text{ km}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{A patra zi} &= 86,43 - 20,56 \\ &= 65,87 \text{ km}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Distanța totală} &= 80,4 + 40,2 + 86,43 + 65,87 \\ &= 272,9 \text{ km}\end{aligned}$$

(TOMA DENIS clasa a V a A)

60. Un copil are o sumă de bani. În prima zi cheltuie 32,5 lei, a doua zi cheltuie 28,57 lei iar în a treia zi restul de 130 lei. Ce sumă a avut copilul?

Soluție

$$32,5 + 28,57 + 130 = 61,07 + 130$$

$$= 191,07 \text{ lei}$$

(TOMA DENIS clasa a V a A)

61. Mihaela a cumpărat 4,25 kg mere pentru care a plătit 22,10 lei. Cât a costat un kilogram de mere?

Soluție

$$22,10 : 4,25$$

$$2210 : 425 = 5,2$$

$$\underline{2125}$$

$$==850$$

$$\underline{850}$$

$$===$$

Deci un kilogram de mere a costat 5,2 lei.

(TOMA DENIS clasa a V a A)

62. Andra a citit 30 de pagini dintr-o carte. Verișoara ei Maya a citit de 2,5 ori mai multe pagini decât ea iar Giulia a citit cu 10 pagini mai puțin decât Maya. Câte pagini au citit cele două fete?

Soluție

$$\text{Maya} = 30 \cdot 2,5$$

$$= 75 \text{ pagini}$$

$$\text{Giulia} = 75 - 10$$

$$= 65 \text{ pagini}$$

(MIȘCA ANTONIA clasa a V a A)

63. Mihai a cumpărat 4,5 kg piersici. Cât a trebuit să plătească dacă un kilogram de piersici costă 6,2 lei?

Soluție

$$4,5 \cdot 6,2 = 27,9 \text{ lei}$$

(BOCIOACĂ OVIDIU clasa a V a A)

64. M-am gândit la un număr. L-am înmulțit cu 5, la produs am adunat 42, suma obținută am împărțit-o la 7 și din cât am scăzut 11, obținând 200. Ce număr am ales?

Soluție

$$(a \cdot 5 + 42) : 7 - 11 = 200$$

$$(a \cdot 5 + 42) : 7 = 200 + 11 = 211$$

$$a \cdot 5 + 42 = 211 \cdot 7 = 1477$$

$$a \cdot 5 = 1477 - 42 = 1435$$

$$a = 1435 : 5$$

$$a = 287$$

(MUREȘAN ROBERT clasa a V a A)

65. Pentru a-și aproviziona cămara pentru iarnă, o gospodină a cumpărat de la piață 15,250kg de ardei, ceapă cu 5,5 kg mai multă decât ardei, cartofi cu 3,75 kg mai puțin decât ceapă, iar roșii cât ardeii și ceapa la un loc. Aflați ce cantitate de legume pregătește gospodina pentru iarnă.

Soluție

$$15,25 + 5,5 = 20,75\text{kg (ceapă)}$$

$$20,75 - 3,75 = 17\text{kg (cartofi)}$$

$$15,25 + 20,75 = 36\text{kg (roșii)}$$

$$15,25 + 20,75 + 17 + 36 = 89 \text{ kg}$$

(CZANK DARIUS clasa a V a A)

66. Media aritmetică a trei numere este 400, iar media aritmetică a primelor două numere este 230,2. Care este al treilea număr?

Soluție

$$M_a = (a + b + c) : 3 = 400$$

$$a + b + c = 400 \cdot 3$$

$$a + b + c = 1200$$

$$m_a = (a + b) : 2 = 230,2$$

$$a + b = 230,2 \cdot 2$$

$$a + b = 460,4$$

$$c = 1200 - 460,4$$

$$c = 739,6$$

(DUMITRAȘ DARIO clasa a V a A)

67. Ioana merge la magazin și cumpără 0,4kg de morcovi a 2 lei kilogramul, 0,5kg roșii a 8 lei kilogramul și banane 1,6kg a 5,5 lei kilogramul. Ce rest primește dacă plătește cu două bancnote de 10 de lei?

Soluție

$$0,4 \cdot 2 = 0,8 \text{ lei}$$

$$0,5 \cdot 8 = 4 \text{ lei}$$

$$1,6 \cdot 5,5 = 8,8 \text{ lei}$$

$$0,8 + 4,0 + 8,8 = 13,6 \text{ lei}$$

$$20 - 13,6 = 6,4 \text{ lei rest}$$

(MICU MIHAI clasa a V a A)

68. Într-o grădină ZOO sunt 21 de struți și hipopotami. Știind că în total au 54 de picioare, aflați câți hipopotami și struți sunt în grădina zoologică.

Soluție

a = nr. struți

b = nr. hipopotami

$$a + b = 21$$

$$a \cdot 2 + b \cdot 4 = 54$$

$$a = 21 - b$$

$$(21 - b) \cdot 2 + b \cdot 4 = 54$$

$$21 \cdot 2 - b \cdot 2 + b \cdot 4 = 54$$

$$42 - 2b + 4b = 54$$

$$2b = 54 - 42$$

$$2b = 12$$

$$b = 6 \text{ (hipopotami)}$$

$$21 - 6 = 15 \text{ (struți)}$$

R: 6 hipopotami

15 struți

(MUREȘAN ROBERT clasa a V a A)

69. Media aritmetică a trei numere este 14. Aflați:

a) suma numerelor

b) primul număr dacă media aritmetică a ultimelor două numere este 17

Soluție

$$a) \quad (a + b + c) : 3 = 14$$

$$a + b + c = 14 \cdot 3$$

$$a + b + c = 42$$

$$b) \quad (b + c) : 2 = 17$$

$$b + c = 34$$

$$a + 34 = 42$$

$$a = 42 - 34$$

$$a = 8$$

(DUMITRAȘ DARIO clasa a V a A)

70. Un țăran a primit pentru 2 oi și 3 capre 1225 lei. Altă dată vânzând la același preț a primit pentru 3 oi și 5 capre 1950 lei. Cât costă o oaie și cât costă o capră?

Soluție

x = prețul unei oi

y = prețul unei capre

$$2x + 3y = 1225$$

$$3x + 5y = 1950$$

$$3x - 2x + 5y - 3y = 1950 - 1225$$

$$x + 2y = 725$$

$$2x - x + 3y - 2y = 1225 - 725$$

$$1x + 1y = 500$$

$$2x + 2y = 1000$$

$$2x - 2x + 3y - 2y = 1225 - 1000$$

$$y = 225 \text{ lei}$$

$$1x + 225 = 500$$

$$1x = 500 - 225$$

$$x = 275 \text{ lei}$$

(BUȚIU-VESA LUCA clasa a V a A)

71. Calculați media aritmetică a trei numere, știind că media aritmetică a două câte două este 13, 38 respectiv 34.

Soluție

$$Ma = \frac{a+b}{2} = 13 \rightarrow a + b = 13 \cdot 2 = 26$$

$$Ma = \frac{a+c}{2} = 38 \rightarrow a + c = 38 \cdot 2 = 76$$

$$Ma = \frac{b+c}{2} = 34 \rightarrow b + c = 34 \cdot 2 = 68$$

$$Ma = \frac{a+b+c+a+b+c}{3} = 85 \rightarrow \frac{85}{3} \rightarrow \frac{85}{3} = 28,3$$

$$a + b = 26$$

$$a + c = 76$$

$$b + c = 68$$

$$2a + 2b + 2c = 170$$

$$2 \cdot (a + b + c) = 170$$

$$a + b + c = 170 : 2$$

$$a + b + c = 85$$

(GALIȘ RAREȘ clasa a V a A)

72. Câte pachete de biscuiți se află într-o cutie știind că un pachet cântărește 76g, cutia cântărește 2,572 kg iar cutia goală cântărește 140g.

Soluție

$$(2,572\text{kg} - 140\text{g}) : 76\text{g}$$

$$(2572 - 140) : 76$$

$$2432 : 76$$

$$2432 : 76 = 32 \text{ pachete}$$

(MIȘCA ANTONIA clasa a V a A)

73. Un număr se adună cu 3,6 iar suma obținută se înmulțește cu 4. Din produsul astfel obținut se scade 13,85 și se obține ca rezultat 18,15. Determinați numărul.

Soluție

$$[(x + 3,6) \cdot 4] - 13,85 = 18,15$$

$$(x + 3,6) \cdot 4 = 18,15 + 13,85$$

$$(x + 3,6) \cdot 4 = 32$$

$$x + 3,6 = 32 : 4$$

$$x + 3,6 = 8$$

$$x = 8 - 3,6$$

$$x = 4,4$$

(MESZAR TAMISA clasa a V a A)

74. Într-o curte sunt 29 de oi și rațe. În total sunt 86 picioare. Câte rațe sunt în curte?

Soluție

$$O = \text{nr. oi}$$

$$R = \text{nr. rațe}$$

$$O + R = 29 \text{ animale}$$

$$2 \cdot R + 4 \cdot O = 86 \text{ picioare}$$

$$R = 29 - O$$

$$2 \cdot (29 - O) + 4 \cdot O = 86$$

$$2 \cdot 29 - 2 \cdot O + 4 \cdot O = 86$$

$$58 - 2 \cdot O + 4 \cdot O = 86$$

$$-2 \cdot O + 4 \cdot O = 86 - 58$$

$$-2 \cdot O + 4 \cdot O = 28$$

$$2 \cdot O = 28$$

$$O = 28 : 2$$

$$O = 14 \text{ (oi)}$$

$$29 - 14 = 15 \text{ (rațe)}$$

Răspuns 14 oi

15 rațe

(MÂNDRILĂ RAREȘ clasa a V a A)

75. Media aritmetică a trei numere este 35,8. Un număr este 25,3 altul este 46,8. Care este al treilea număr?

Soluție

$$(25,3 + 46,8 + C) : 3 = 35,8$$

$$(72,1 + C) : 3 = 35,8$$

$$72,1 + C = 35,8 \cdot 3$$

$$72,1 + C = 107,4$$

$$C = 107,4 - 72,1$$

$$C = 35,3$$

(TRIPON ARIANA clasa a V a A)

76. Calculați câte bucăți de gresie de formă pătrată cu latura de 50 cm sunt necesare pentru a acoperi podeaua unei săli de formă dreptunghiulară cu lungimea de 8 m și lățimea de 4 m.

Soluție

$$L = 8 \text{ m}$$

$$= 8 \cdot 100$$

$$= 800 \text{ cm}$$

$$l = 4 \text{ m}$$

$$= 4 \cdot 100$$

$$= 400 \text{ cm}$$

$$A_{\text{dreptunghi}} = L \cdot l$$

$$= 800 \cdot 400$$

$$= 320000 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{pătrat}} = a^2$$

$$= 50^2$$

$$= 2500 \text{ cm}^2$$

$$320000 : 2500 = 128 \text{ plăci de gresie}$$

(CZANK DARIUS clasa a V a A)

77. Aria unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 12 m și 0,5 m este egală cu

- a) 60 m^2
- b) 60 dm^2
- c) 600 dm^2
- d) 6000 dm^2

Soluție

$$\begin{aligned}
 A_{\text{dreptunghi}} &= L \cdot l \\
 &= 12 \cdot 0,5 \\
 &= 6 \text{ m}^2 \\
 &= 6 \cdot 100 \\
 &= 600 \text{ dm}^2
 \end{aligned}$$

Răspuns c)

(CHEREȘ FLAVIUS clasa a V a A)

78. Un teren de sport are lungimea $KM = 20 \text{ m}$ și lățimea $KL = 10 \text{ m}$. Acesta trebuie împrejmuït cu gard. Se știe că distanța de la teren la gard este de $5,54 \text{ m}$. Aflați

- a) perimetrul $KMNL$
- b) lungimea gardului necesar împrejmuïrii

Soluție

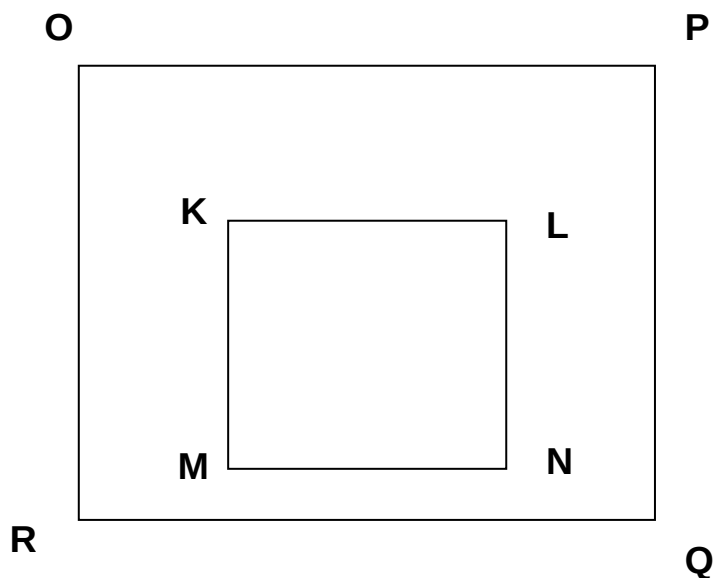
$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad P_{KMNL} &= 2 \cdot L + 2 \cdot l \\
 &= 2 \cdot 20 + 2 \cdot 10 \\
 &= 40 + 20 \\
 &= 60 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad L_{\text{gard}} = P_{OPQR}$$

$$\begin{aligned}
 OP &= KL + 2 \cdot 5,54 \\
 &= 10 + 11,08 \\
 &= 21,08 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 OR &= KM + 2 \cdot 5,54 \\
 &= 20 + 11,08 \\
 &= 31,08 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\text{gard}} &= 2 \cdot L + 2 \cdot l \\
 &= 2 \cdot 21,08 + 2 \cdot 31,08 \\
 &= 42,16 + 62,16 \\
 &= 104,32 \text{ m}
 \end{aligned}$$



(MICU MIHAI clasa a V a A)

79. Un teren agricol de 1320 ha a fost cultivat astfel: pentru cartofi $\frac{1}{3}$ din suprafață, pentru pepeni verzi $\frac{1}{4}$ din suprafață, pentru castraveți $\frac{1}{5}$ din suprafață iar pentru roșii restul. Aflați suprafața fiecărei culturi.

Soluție

$$\text{Cartofi} = \frac{1}{3} \text{ din } 1320$$

$$= 1 \cdot 1320 : 3$$

$$= 1320 : 3$$

$$= 440 \text{ ha}$$

$$\text{Pepeni verzi} = \frac{1}{4} \text{ din } 1320$$

$$= 1 \cdot 1320 : 4$$

$$= 1320 : 4$$

$$= 330 \text{ ha}$$

$$\text{Castraveți} = \frac{1}{5} \text{ din } 1320$$

$$= 1 \cdot 1320 : 5$$

$$= 1320 : 5$$

$$= 264 \text{ ha}$$

$$\text{Roșii} = 1320 - 440 - 330 - 264$$

$$= 880 - 330 - 264$$

$$= 550 - 264$$

$$= 286 \text{ ha}$$

(TAȘCĂU ALEXANDRA clasa a V a A)

80. Suma vârstelor lui Darius și Luca este 21 ani. În urmă cu trei ani vârsta lui Darius era jumătate din vârsta lui Luca.

a) Ce vârstă au cei doi copii?

b) Peste câți ani vârsta lui Darius va fi $\frac{2}{3}$ din vârsta lui Luca?

Soluție

a) d = vârsta lui Darius

l = vârsta lui Luca

$$d + l = 21$$

$$d - 3 = (l - 3) : 2$$

$$l - 3 = 2 \cdot (d - 3)$$

$$l - 3 = 2d - 6$$

$$l = 2d - 3$$

$$2d - 3 + d = 21$$

$$3d - 3 = 21$$

$$3d = 24$$

$$d = 8 \text{ ani}$$

$$8 + l = 21$$

$$l = 13 \text{ ani}$$

b) $x = \text{număr de ani}$

$$8 + x = \frac{2}{3} \cdot (13 + x)$$

$$3 \cdot (8 + x) = 2 \cdot (13 + x)$$

$$24 + 3x = 26 + 2x$$

$$3x - 2x = 26 - 24$$

$$x = 2 \text{ ani}$$

(SFÂRÂILĂ CRISTIAN clasa a V a A)

81. Pentru construcția unei autostrăzi de 360 km au fost necesari trei ani. În primul an s-a construit $\frac{1}{4}$ din lungimea autostrăzii, în al doilea an s-a construit $\frac{3}{5}$ din ceea ce a mai rămas iar în al treilea an

restul. Câți kilometri s-au construit în fiecare an?

Soluție

$$\text{În primul an} = \frac{1}{4} \text{ din } 360$$

$$= 1 \cdot 360 : 4$$

$$= 360 : 4$$

$$= 90 \text{ km}$$

$$360 - 90 = 270 \text{ km}$$

$$\text{În al doilea an} = \frac{3}{5} \text{ din } 270$$

$$= 3 \cdot 270 : 5$$

$$= 810 : 5$$

$$= 162 \text{ km}$$

$$\text{În al treilea an} = 360 - 90 - 162$$

$$= 270 - 162$$

$$= 108 \text{ km}$$

(CZANK DARIUS clasa a V a A)

82. Un elev are 720 lei pe care îi cheltuie în patru zile. În prima zi a cheltuit $\frac{1}{4}$ din sumă, a doua zi $\frac{1}{6}$ din rest, a treia zi $\frac{1}{3}$ din noul rest și încă 120 lei iar a patra zi restul. Câți lei a cheltuit în fiecare zi?

Soluție

$$\text{În prima zi} = \frac{1}{4} \text{ din } 720$$

$$= 1 \cdot 720 : 4$$

$$= 720 : 4$$

$$= 180 \text{ lei}$$

$$720 - 180 = 540 \text{ lei}$$

$$\text{În a doua zi} = \frac{1}{6} \text{ din } 540$$

$$= 1 \cdot 540 : 6$$

$$= 540 : 6$$

$$= 90 \text{ lei}$$

$$720 - 180 - 90 = 450 \text{ lei}$$

$$\text{În a treia zi} = \frac{1}{3} \text{ din } 450 \text{ plus } 120$$

$$= 1 \cdot 450 : 3 + 120$$

$$= 450 : 3 + 120$$

$$= 150 + 120$$

$$= 270 \text{ lei}$$

$$\text{În a patra zi} = 720 - 180 - 90 - 270$$

$$= 180 \text{ lei}$$

(BURACSIK ȘTEFANIA clasa a V a A)

83. Un elev are la dispoziție un număr de plăci dreptunghiulare, fiecare cu lungimea de 12 cm și lățimea de 8 cm.

- Aflați lungimea laturii unui pătrat construit cu 54 de plăci.
- Arătați că nu se poate construi un pătrat cu latura de 50 cm din astfel de plăci dreptunghiulare.
- Aflați numărul minim de plăci dreptunghiulare cu care se poate construi un pătrat.

Soluție

a) $A_{\text{placă}} = L \cdot l$

$$= 12 \cdot 8$$

$$= 96 \text{ cm}^2$$

$$54 \cdot A_{\text{placă}} = 96 \cdot 54$$

$$= 5184 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{pătrat}} = a^2$$

$$a^2 = 5184$$

$$a^2 = 72^2$$

$$a = 72 \text{ cm}$$

b) $A_{\text{placă}} = L \cdot l$

$$= 12 \cdot 8$$

$$= 96 \text{ cm}^2$$

$$50 \cdot A_{\text{placă}} = 96 \cdot 50$$

$$= 4800 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{pătrat}} = a^2$$

$$a^2 = 4800$$

Nu există astfel de pătrat.

c) $A_{\text{placă}} = L \cdot l$

$$= 12 \cdot 8$$

$$= 96 \text{ cm}^2$$

$$x \cdot A_{\text{placă}} = 96 \cdot x$$

$$= a^2$$

$$96 \cdot x = a^2$$

$$\text{Dacă } x = 1 \text{ ® } 96 \cdot 1 = a^2$$

$$96 \neq a^2$$

$$\text{Dacă } x = 2 \text{ ® } 96 \cdot 2 = a^2$$

$$192 \neq a^2$$

$$\text{Dacă } x = 3 \text{ ® } 96 \cdot 3 = a^2$$

$$288 \neq a^2$$

$$\text{Dacă } x = 4 \text{ ® } 96 \cdot 4 = a^2$$

$$384 \neq a^2$$

$$\text{Dacă } x = 5 \text{ ® } 96 \cdot 5 = a^2$$

$$480 \neq a^2$$

$$\text{Dacă } x = 6 \text{ ® } 96 \cdot 6 = a^2$$

$$576 = a^2$$

$$a = 24$$

deci trebuie 6 plăci

(CRIȘAN CĂLIN clasa a V a A)

84. Mai mulți copii vor să cumpere o minge. Dacă fiecare participă cu câte 15 lei, nu ajung 10 lei, iar dacă participă fiecare cu câte 20 lei sunt în plus 10 lei. Câți copii sunt și cât costă mingea?

Soluție

n = număr copii

x = preț minge

$$15 \cdot n = x - 10$$

$$20 \cdot n = x + 10$$

$$x = 15 \cdot n + 10$$

$$x = 20 \cdot n - 10$$

$$15 \cdot n + 10 = 20 \cdot n - 10$$

$$10 + 10 = 20n - 15n$$

$$20 = 5n$$

$$n = 4 \text{ nr copii}$$

$$x = 15 \cdot 4 + 10$$

$$x = 60 + 10$$

$$x = 70 \text{ preț minge}$$

(MORAR BRIANNA clasa a VI a D)

85. O persoană a parcurs un drum de 150 km în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{2}{3}$ din drum și încă

15 km, a doua zi parcurge 40% din rest iar a treia zi ce a rămas. Aflați câți kilometri parcurge în fiecare zi.

Soluție

$$\text{În prima zi} = \frac{2}{3} \text{ din } 150 \text{ plus } 15$$

$$= 2 \cdot 150 : 3 + 15$$

$$= 300 : 3 + 15$$

$$= 100 + 15$$

$$= 115 \text{ km}$$

$$150 - 115 = 35 \text{ km}$$

$$\text{În a doua zi} = \frac{40}{100} \text{ din } 35$$

$$= 40 \cdot 35 : 100$$

$$= 1400 : 100$$

$$= 14 \text{ km}$$

$$\text{În a treia zi} = 150 - 115 - 14$$

$$= 35 - 14$$

$$= 21 \text{ km}$$

(MICU MIHAI clasa a V a A)

86. Un biciclist a parcurs o distanță de 240 km în trei etape. În prima etapă a parcurs $\frac{1}{3}$ din

distanță, în a doua etapă a parcurs $\frac{2}{5}$ din rest iar în a treia etapă ce a mai rămas. Câți kilometri a

parcurs în fiecare etapă?

Soluție

$$\text{În prima etapă} = \frac{1}{3} \text{ din } 240$$

$$= 1 \cdot 240 : 3$$

$$= 240 : 3$$

$$= 80 \text{ km}$$

$$240 - 80 = 160 \text{ km}$$

$$\text{În a doua etapă} = \frac{2}{5} \text{ din } 160$$

$$= 2 \cdot 160 : 5$$

$$= 320 : 5$$

$$= 64 \text{ km}$$

$$\text{În a treia etapă} = 240 - 80 - 64$$

$$= 160 - 64$$

$$= 96 \text{ km}$$

(BUȚIU-VESA LUCA clasa a V a A)

87. Dacă într-o clasă elevii stau câte doi în bancă, atunci în ultima bancă rămâne un singur elev.

Dacă se așează câte trei într-o bancă, atunci patru bănci rămân libere. Aflați câți elevi și câte bănci sunt în clasă.

Soluție

$x = \text{număr bănci}$

$y = \text{număr elevi}$

$$y = 2 \cdot (x - 1) + 1$$

$$y = 3 \cdot (x - 4)$$

$$2 \cdot (x - 1) + 1 = 3 \cdot (x - 4)$$

$$2x - 2 + 1 = 3x - 12$$

$$12 - 2 + 1 = 3x - 2x$$

$$11 = x$$

$x = 11$ bănci

$$y = 3 \cdot (11 - 4)$$

$$y = 3 \cdot 7$$

$y = 21$ elevi

(MORAR BRIANNA clasa a VI a D)

88. Un elev citește în prima zi de vacanță o pagină dintr-o carte, apoi citește în fiecare zi un număr dublu de pagini față de ziua precedentă. După câte zile a citit elevul 511 pagini?

Soluție

În prima zi = 1 pagină

A doua zi = $1 \cdot 2$

= 2 pagini

A treia zi = $2 \cdot 2$

= 4 pagini

A patra zi = $4 \cdot 2$

= 8 pagini

A cincea zi = $8 \cdot 2$

= 16 pagini

A șasea zi = $16 \cdot 2$

= 32 pagini

A șaptea zi = $32 \cdot 2$

= 64 pagini

A opta zi = $64 \cdot 2$

= 128 pagini

A noua zi = $128 \cdot 2$

= 256 pagini

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 = 511$$

În a noua zi citește pagina 511

(BĂLȘANU DIANA clasa a V a A)

89. Diana, Adi și Alina au împreună 30 de lei. Diana folosește $\frac{2}{3}$ din bani, Adi folosește $\frac{3}{5}$ din

restul banilor iar Alina ce a rămas. Câți bani i-au rămas Alinei?

Soluție

$$\text{Diana} = 30 \cdot \frac{2}{3}$$

$$= 60 : 3$$

$$= 20 \text{ lei}$$

$$30 - 20 = 10 \text{ lei}$$

$$\text{Adi} = 10 \cdot \frac{3}{5}$$

$$= 30 : 5$$

$$= 6 \text{ lei}$$

$$\text{Alina} = 10 - 6$$

$$= 4 \text{ lei}$$

(ORZ PAULA clasa a V a A)

90. Să se determine numerele naturale x și y știind că suma lor este 285 iar x împărțit la y dă câtul 13 și restul un număr nenul de o cifră cuprins între 4 și 7.

Soluție

x, y = numerele

$$x + y = 285$$

Notăm r = restul

$$4 < r < 7 \quad \text{®} \quad r \in \{5, 6\}$$

$$\text{Dacă } r = 5$$

Aplicăm teorema împărțirii cu rest $D = C \cdot \hat{I} + R$

$$x : y = 13 \text{ rest } 5$$

$$x = 13y + 5$$

$$x + y = 232$$

$$13y + 5 + y = 285$$

$$14y = 280$$

$$y = 20$$

$$x = 13 \cdot 20 + 5$$

$$x = 265$$

Dacă $r = 6$

Aplicăm teorema împărțirii cu rest $D = C \cdot \hat{I} + R$

$$x : y = 13 \text{ rest } 6$$

$$x = 13y + 6$$

$$x + y = 285$$

$$13y + 6 + y = 285$$

$$14y = 279$$

y nu convine

(SÂRBUT DRAGOȘ clasa a VI a D)

91. Media aritmetică a trei numere este 48. Primul este de 2 ori mai mare decât al doilea, iar ultimul de 5 ori mai mic decât al doilea. Să se afle numerele.

Soluție

a, b, c = numerele

$$(a + b + c) : 3 = 48$$

$$a + b + c = 144$$

$$a = 2b$$

$$b = 5c$$

$$2b + b + c = 144$$

$$3b + b : 5 = 144 \quad | \times 5$$

$$15b + b = 720$$

$$16b = 720$$

$$b = 45$$

$$c = 45 : 5$$

$$c = 9$$

$$a = 2 \cdot 45$$

$$a = 90$$

(MORAR BRIANNA clasa a VI a D)

Probleme de matematică pentru clasa a VI a

92. O kendamă costă 20 lei. După o scumpire cu 20 % kendama va costa?

Soluție

$$\begin{aligned} 20\% \text{ din } 20 &= \frac{20}{100} \cdot 20 \\ &= 4 \text{ lei} \end{aligned}$$

$$20 + 4 = 24 \text{ lei (după scumpire)}$$

(RĂSMIRIȚĂ RAUL clasa a VI a A)

93. Zece furnici termină un mușuroi în 3 zile. În câte zile termină mușuroiul 15 furnici care au același ritm de muncă?

Soluție

10 furnici 3 zile

15 furnici x zile

$$10 \cdot 3 = 15 \cdot x$$

$$30 = 15 \cdot x$$

$$x = 30 : 15$$

$$x = 2 \text{ (două zile)}$$

(URSUȚIU-MANDOC DALIA clasa a VI a A)

94. Calculați $[-5 \cdot (-2) - (-5)] \div (+3)$

Soluție

$$[+10 + 5] : (+3) =$$

$$= (+15) : (+3)$$

$$= +5$$

(URSUȚIU-MANDOC JASMINE clasa a VI a A)

95. Determinați x știind că 40% din x este 6.

Soluție

$$\frac{40}{100} \cdot x = 6$$

$$x = 6 \cdot \frac{100}{40}$$

$$x = \frac{60}{4}$$

$$x = 15$$

(HRISTOV MAIA clasa a VI a D)

96. Știind că numerele a și b sunt direct proporționale cu numerele 2 și 3 iar suma lor este 20.

Aflați cele două numere.

Soluție

$$\{a, b\} \text{ d.p. } \{2, 3\}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = k$$

$$a = 2k$$

$$b = 3k$$

$$2k + 3k = 20$$

$$5k = 20$$

$$k = 4$$

$$a = 2 \cdot 4 = 8$$

$$b = 3 \cdot 4 = 12$$

(RENTZ MIRELA clasa a VI a D)

97. Un obiect costă 200 lei. După o lună se scumpește cu 20% iar după încă o lună se ieftinește cu 30%.

a) Aflați prețul după scumpire.

b) Aflați prețul final al produsului.

Soluție

$$a) \quad 100\% + 20\% = 120\%$$

$$120\% \text{ din } 200 = \frac{120}{100} \cdot 200$$

$$= 120 \cdot 2$$

$$= 240 \text{ lei după scumpire}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad 30\% \text{ din } 240 &= \frac{30}{100} \cdot 240 \\
 &= 3 \cdot 24 \\
 &= 72 \text{ lei ieftinirea}
 \end{aligned}$$

$$240 - 72 = 168 \text{ lei prețul final}$$

(FLONTA AYAN clasa a VI a A)

98. Trei numere sunt direct proporționale cu numerele $0,3; \frac{2}{7}; 0,7$. Să se afle numerele știind

că primul număr este mai mic decât cel de al treilea număr cu 56.

Soluție

$$\text{Notăm } a, b, c = \text{numerele} \quad \textcircled{R} \quad \frac{a}{0,3} = \frac{b}{\frac{2}{7}} = \frac{c}{0,7} \quad \textcircled{R} \quad \frac{a}{\frac{3}{10}} = \frac{b}{\frac{2}{7}} = \frac{c}{\frac{7}{10}}$$

$$a \cdot \frac{10}{3} = b \cdot \frac{7}{2} = c \cdot \frac{10}{7} \quad \textcircled{R} \quad a \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{70} = b \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{70} = c \cdot \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{70}$$

$$\textcircled{R} \quad \frac{a}{21} = \frac{b}{20} = \frac{c}{49} = k \quad \textcircled{R} \quad a = 21k; b = 20k; c = 49k.$$

$$\text{Primul este mai mic decât al treilea cu } 56 \quad \textcircled{R} \quad c - a = 56 \quad \textcircled{R} \quad 49k - 21k = 56 \quad \textcircled{R} \quad 28k = 56 \quad \textcircled{R}$$

$$k = 56 : 28 \quad \textcircled{R} \quad k = 2$$

$$\textcircled{R} \quad a = 42; b = 40; c = 98.$$

(prof. MIRON SORINA)

$$99. \quad \text{Arătați că numărul: } A = \frac{12^n \cdot 35^{n+2} - 2^{2n+2} \cdot 15^n \cdot 7^{n+1} \cdot 5}{3 \cdot 2^n \cdot 35^n + 10^{n+1} \cdot 7^{n-1}} \in \mathbb{N} \quad \text{pentru orice } n \in \mathbb{N}$$

Soluție

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{12^n \cdot 35^{n+2} - 2^{2n+2} \cdot 15^n \cdot 7^{n+1} \cdot 5}{3 \cdot 2^n \cdot 35^n + 10^{n+1} \cdot 7^{n-1}} \\
 &= \frac{3^n \cdot 4^n \cdot 7^{n+2} \cdot 5^{n+2} - 2^{2n+2} \cdot 3^n \cdot 5^{n+1} \cdot 7^{n+1}}{3 \cdot 2^n \cdot 5^n \cdot 7^n + 2^{n+1} \cdot 5^{n+1} \cdot 7^{n-1}} \\
 &= \frac{3^n \cdot 4^n \cdot 5^{n+1} \cdot 7^{n+1} (5 \cdot 7 - 2^2)}{2^n \cdot 5^n \cdot 7^{n-1} (3 \cdot 7 + 2 \cdot 5)}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{3^n \cdot 4^n \cdot 7^{n+1} \cdot 31}{2^n \cdot 5^n \cdot 7^{n-2} \cdot 31}$$

$$= 3^n \cdot 2^n \cdot 5 \cdot 7^2 \quad (\forall) \quad n \in \mathbb{N}.$$

(prof. MIRON SORINA)

100. Să se afle numerele $\overline{ab}$ și $\overline{cd}$ știind că verifică relația: $\overline{ab}(\overline{cd} + 1) = \overline{cd} + 2197$

Soluție

$$\overline{ab}(\overline{cd} + 1) = \overline{cd} + 1 + 2196$$

$$\overline{ab}(\overline{cd} + 1) - \overline{cd} - 1 = 2196$$

$$(\overline{cd} + 1)(\overline{ab} - 1) = 2196$$

$$(\overline{cd} + 1)(\overline{ab} - 1) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 61$$

Cum $\overline{cd} + 1$ și $\overline{ab} - 1$ sunt numere de 2 cifre fiecare, avem următoarele posibilități:

CAZUL I $\overline{cd} + 1 = 36$

$$\overline{ab} - 1 = 61, \text{ rezultă } \overline{cd} = 35 \text{ și } \overline{ab} = 62$$

CAZUL II $\overline{cd} + 1 = 61$

$$\overline{ab} - 1 = 36, \text{ rezultă } \overline{cd} = 60 \text{ și } \overline{ab} = 37$$

Celelalte cazuri nu convin.

$$S = \{(\overline{cd} = 35, \overline{ab} = 62); (\overline{cd} = 60, \overline{ab} = 37)\}$$

(prof. MIRON SORINA)

Probleme de matematică pentru clasa a VII a

101. Într-un triunghi dreptunghic catetele au lungimile de 60cm, respectiv 80 cm. Aflați lungimea ipotenuzei.

Soluție

Aplicăm teorema lui Pitagora

$$ip^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$ip^2 = 60^2 + 80^2$$

$$ip^2 = 3600 + 6400$$

$$ip^2 = 10000$$

$$ip = 100 \text{ cm}$$

(AFRA GĂLUȚI CRISTINA clasa a VII a B)

103. În $\triangle ABC$ cu $m\angle A = 90^\circ$, ducem $AM \perp BC$, $M \in (BC)$. Știind că $AB = 6 \text{ cm}$ și

$$A_{\triangle BAM} = \frac{9}{25} \cdot A_{\triangle ABC} \text{ . Aflați perimetrul } \triangle ABC.$$

Soluție

$\triangle BAM \sim \triangle BCA$ deoarece $m\angle BMA = m\angle BAC = 90^\circ$ și $\angle B$ comun (u.u)

$$\textcircled{R} \frac{BA}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{BM}{AB} = k \text{ (raport de asemanare)}$$

$$\text{Din } \triangle BAM \sim \triangle BCA \textcircled{R} \frac{A_{\triangle BAM}}{A_{\triangle BCA}} = k^2 = \frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{3}{5}$$

$$\text{Deci } \frac{BA}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{6}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$BC = \frac{5 \cdot 6}{3}$$

$$BC = 10 \text{ cm}$$

Aplic T.P. în $\otimes$ CBA

$$ip^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$CB^2 = CA^2 + AB^2$$

$$10^2 = CA^2 + 6^2$$

$$100 = CA^2 + 36$$

$$CA^2 = 64$$

$$AC = 8 \text{ cm}$$

$$P_{\otimes ABC} = AB + AC + BC$$

$$= 6 + 8 + 10$$

$$= 24 \text{ cm}$$

(DANGELO VANESSA clasa a VII a B)

104. Două numere naturale au ca medie aritmetică un număr natural m , iar media lor geometrică este egală cu $2\sqrt{143}$. Aflați numărul m .

Soluție

Fie a și b cele două numere naturale

Avem $\frac{a+b}{2} = m \in \mathbb{N} \Rightarrow a$ și b sunt ambele pare sau ambele impare

Cazul I

a și b = numere pare

$$a = 2k$$

$$b = 2p$$

$$k, p \subseteq$$

$$\begin{aligned} \text{Din } m_g &= 2\sqrt{143} \stackrel{R}{=} \sqrt{2k \cdot 2p} = 2\sqrt{143} \\ &\Rightarrow 2\sqrt{k \cdot p} = 2\sqrt{143} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{k \cdot p} = \sqrt{143}$$

$$\Rightarrow k \cdot p = 143$$

Observăm că $143 = 11 \cdot 13$

$$\text{Deci } a = 2 \cdot 11$$

$$b = 2 \cdot 11$$

$$a = 22$$

$$b = 22$$

$$b = 2 \cdot 13$$

$$a = 2 \cdot 13$$

$$b = 26$$

$$a = 26$$

$$\text{Deci } m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{22+26}{2} = 24$$

Cazul II

a și b = numere impare

$$a = 2k + 1$$

$$b = 2p + 1$$

$$k, p \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} \text{Din } m_g &= 2\sqrt{143} \stackrel{R}{=} \sqrt{(2k+1) \cdot (2p+1)} = 2\sqrt{143} \\ &\Rightarrow \sqrt{(2k+1) \cdot (2p+1)} = 2\sqrt{143} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (2k+1)(2p+1) = 4 \cdot 143 \text{ fals}$$

Deoarece $(2k+1)(2p+1)$ = număr impar iar $4 \cdot 143$ = număr par

$$\text{Deci } m = 24$$

(OPRIN OCTAVIAN clasa a VII a B)

105. Dacă din 20 kilograme de caise se obțin 12 kg de dulceață, câte kg de dulceață obținem din 25 kg de caise?

Soluție

3 kg caise 12 kg dulceață

25 kg caise x kg dulceață

$$x = \frac{25 \cdot 12}{20}$$

$$x = \frac{300}{20}$$

$$x = 15$$

Răspuns 15 kg dulceață

(SĂDEANU DACIAN clasa a VII a B)

106. Zece muncitori sapă un șanț lung de 120 m. Ce lungime va avea șanțul săpat de trei muncitori cu același ritm de lucru?

Soluție

10 muncitori 120 m

3 muncitori x m

$$x = \frac{120 \cdot 3}{10}$$

$$x = \frac{360}{10}$$

$$x = 36$$

Răspuns 36 metri

(SOLONCA GABRIEL clasa a VII a B)

107. Paul a cheltuit o sumă de bani în două zile. În prima zi a cheltuit 30% din sumă, iar a doua zi restul de 210 lei. Calculați ce sumă de bani a avut inițial.

Soluție

$$I = 30\% \text{ din } x$$

$$II = 210 \text{ lei}$$

$$\text{Suma inițială} = x$$

$$100\% - 30\% = 70\%$$

$$100\% \dots\dots\dots x \text{ lei}$$

$$70\% \dots\dots\dots 210 \text{ lei}$$

$$x = \frac{100 \cdot 210}{70}$$

$$x = 300 \text{ lei}$$

(MARINKOVITS BEATRICE clasa a VII a B)

108. O carte are 300 pagini. În prima zi, Daniel a citit 30% din numărul de pagini. În a doua zi 25 de pagini iar a treia zi a citit restul paginilor. Aflați câte pagini a citit în fiecare zi.

Soluție

$$I = 30\% \text{ din } 300$$

$$= \frac{30}{100} \cdot 300 = 90 \text{ pagini}$$

$$II = 25 \text{ pagini}$$

$$III = 300 - 90 - 25$$

$$= 210 - 25$$

$$= 185 \text{ pagini}$$

(ȘTIUBEI ANDREI clasa a VII a B)

109. Alin a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi a parcurs 30% din traseu, a doua zi a parcurs 20% din el, iar a treia zi a parcurs 152 km.

a) Care este distanța traseului?

b) Cât a parcurs în prima și a doua zi?

Soluție

$$a) \quad x = \text{distanța totală}$$

$$100\% - 30\% - 20\% = 50\%$$

$$152 \text{ km} \dots\dots\dots 50\%$$

$$x \dots\dots\dots 100\%$$

$$x = \frac{152 \cdot 100}{50}$$

$$x = 304km \text{ (distanța totală)}$$

$$b) \quad 304 \text{ km} \dots\dots\dots 100\%$$

$$x \dots\dots\dots 30\%$$

$$x = \frac{304 \cdot 30}{100}$$

$$x = 91,2km \text{ (prima zi)}$$

$$304 \text{ km} \dots\dots\dots 100\%$$

$$x \dots\dots\dots 20\%$$

$$x = \frac{304 \cdot 20}{100}$$

$$x = 60,8km \text{ (a doua zi)}$$

(OPRIN OCTAVIAN clasa a VII a B)

110. Fie numerele $x = 3 - \sqrt{5}$ și $y = 3 + \sqrt{5}$. Calculați media geometrică a celor două numere.

Soluție

$$\begin{aligned} m_g &= \sqrt{a \cdot b} \\ &= \sqrt{(3 - \sqrt{5}) \cdot (3 + \sqrt{5})} \\ &= \sqrt{3^2 - \sqrt{5}^2} \\ &= \sqrt{9 - 5} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

(ȘANDRU PATRICIA clasa a VII a B)

111. Doi copii au împreună 350 lei. Dacă primul ar primi de la celălalt 35 lei, atunci ei ar avea sume egale. Câți lei are primul?

Soluție

Fie x și y sumele inițiale ale celor doi copii.

$$\text{Vom avea: } x + y = 350 \text{ și } x + 35 = y - 35$$

$$x = y - 35 - 35$$

$$x = y - 70$$

$$y - 70 + y = 350$$

$$2y = 350 + 70$$

$$2y = 420$$

$$y = 210 \text{ lei}$$

$$x = 210 - 70$$

$$x = 140 \text{ lei}$$

(STĂNIA FABRIZIO clasa a VII a B)

112. Doi copii au împreună 400 lei. Dacă primul i-ar da celuiilalt 80 lei, atunci el ar avea o suma de patru ori mai mică decât cel de-al doilea. Câți lei are primul?

Soluție

Fie x și y sumele inițiale ale celor doi copii.

Vom avea: $x + y = 400$ și $4(x - 80) = y + 80$

$$4x - 320 = y + 80$$

$$4x - 320 - 80 = y$$

$$4x - 400 = y$$

$$x + 4x - 400 = 400$$

$$5x = 400 + 400$$

$$5x = 800$$

$$x = 160 \text{ lei}$$

(STĂNIA FABRIZIO clasa a VII a B)

Probleme de matematică pentru clasa a VIII a

113. Elida, Raul și Herta au împreună 26 ani. Elida și Raul sunt frați gemeni, iar Herta are 12 ani. Calculați cu câți ani în urmă vârsta lui Herta era egală cu suma vârstelor Elidei și a lui Raul.

Soluție

x = vârstă Elida

y = vârstă Raul

z = vârstă Herta

$x = y$

$z = 12$

$x + y + z = 26$

$x + y + 12 = 26$

$x + y = 14$

$x = 7$ ani

$y = 7$ ani

notăm a = număr ani

$12 - a = 7 - a + 7 - a$

$12 - a = 14 - 2a$

$12 + a = 14$

$a = 2$ ani

(DAMEAN LAVINIA clasa a VIII a A)

114. Prețul unei drone a crescut mai întâi cu 10% din prețul inițial, apoi a scăzut cu 5% din noul preț ajungând astfel, în final ca drona să coste 1045 lei.

a) Să se determine prețul inițial.

b) Cu ce procent este mai mare prețul final decât cel inițial?

Soluție

a) $100\% + 10\% = 110\%$

$5\% \text{ din } 110\% = \frac{5}{100} \cdot \frac{110}{100} = \frac{11}{200}$

$$\frac{110}{100} - \frac{11}{200} = \frac{220}{200} - \frac{11}{200}$$

$$= \frac{209}{200}$$

x = prețului inițial

$$\frac{209}{200} \cdot x = 1045$$

$$x = 1045 \div \frac{209}{200}$$

$$x = 1045 \cdot \frac{200}{209}$$

$$x = 5 \cdot 200$$

$$x = 1000 \text{ lei}$$

b) 1000 100%

1045 x

$$x = \frac{1045 \cdot 100}{1000}$$

$$x = 104,5 \%$$

A crescut cu 4,5 %.

(VARADI ALEXANDRU clasa a VIII a A)

115. Bunicul lui Andrei are o grădină cu zarzavaturi în formă de dreptunghi cu lungimea de 5 metri și lățimea de 3 metri. El vrea să înconjoare grădina cu un gard. Știind că 1 metru de gard costă 10 lei, aflați cât va plăti bunicul lui Andrei pentru a împrejmuia grădina.

Soluție

$$L_{\text{gard}} = P_{\text{dreptunghi}}$$

$$L_{\text{gard}} = 2L + 2l$$

$$L_{\text{gard}} = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3$$

$$L_{\text{gard}} = 16\text{m}$$

$$1\text{metru de gard} = 10 \text{ lei}$$

$$16 \text{ metri de gard} = 16 \cdot 10$$

$$= 160 \text{ lei}$$

(MASUT KARINA clasa a VIII a A)

116. Marius are o sumă de bani. El cheltuie în prima zi un sfert din bani, a doua zi 10% din banii rămași și îi mai rămân 27 de lei. Aflați ce sumă de bani a avut Marius inițial.

Soluție

X = suma bani

$$\text{Prima zi} = \frac{1}{4} \text{ din } x = \frac{1x}{4} \text{ din } x = \frac{1x}{4}$$

$$\text{A doua zi} = \frac{10}{100} \text{ din rest} = \frac{10}{100} \text{ din rest}$$

Rest = X – prima zi

$$= X - \frac{1X}{4} = X - \frac{1X}{4}$$

$$= \frac{4X}{4} - \frac{1X}{4} = \frac{4X}{4} - \frac{1X}{4}$$

$$= \frac{3X}{4} = \frac{3X}{4}$$

$$\frac{10}{100} \text{ din } \frac{3X}{4} = \frac{3X}{40}$$

A treia zi = 27 LEI

Prima zi + a doua zi + a treia zi = X

$$\frac{1X}{4} + \frac{3X}{40} + 27 = X$$

$$10X + 3X + 1080 = 40X$$

$$13X + 1080 = 40X$$

$$27X = 1080$$

$$X = 40 \text{ LEI}$$

(MARIN DALIA clasa a VIII a A)

117. Un șofer a parcurs un traseu în trei zile astfel: în prima zi a parcurs 40% din traseu; a doua zi a parcurs o treime din rest; a treia zi a parcurs ultimii 500 km. Aflați lungimea traseului.

Soluție

x = lungimea traseului

$$\text{I } 40\% \text{ din } x: \frac{40}{100} \cdot x = \frac{4x}{10} = \frac{2x}{5} \cdot \frac{40}{100} \cdot x = \frac{4x}{10} = \frac{2x}{5}$$

$$\text{II } \frac{11}{33} \text{ din rest}$$

$$\text{rest} = x - I$$

$$= \frac{x}{1} - \frac{2x}{5} = \frac{x}{1} - \frac{2x}{5}$$

$$\text{n.c.} = 5$$

$$= \frac{5x}{5} - \frac{2x}{5} = \frac{5x}{5} - \frac{2x}{5}$$

$$= \frac{3x}{5} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3x}{5} = \frac{x}{5}$$

$$I + II + III = x$$

$$\frac{2x \cdot 2x}{5 \cdot 5} + \frac{x \cdot x}{5 \cdot 5} + \frac{500 \cdot 500}{1 \cdot 1} = \frac{x \cdot x}{1 \cdot 1}$$

$$n.c=5$$

$$2x + 1x + 2500 = 5x$$

$$3x + 2500 = 5x$$

$$2500 = 2x$$

$$x = 1250$$

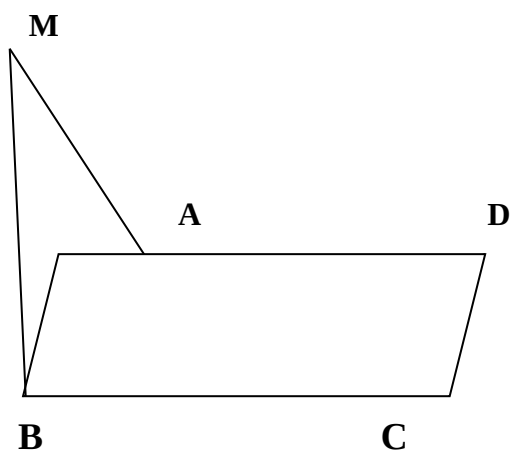
(MUŞAT ANGELA clasa a VIII a A)

118. Pe planul pătratului ABCD, se ridică perpendiculara BM în punctul B. Se dă $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$
 $6\sqrt{2} \text{ cm}$

BM = 6 cm.

- Arătați că $CD \parallel (ABM) CD \parallel (ABM)$
- Calculați lungimea segmentelor AM și DM
- Arătați că $AD \perp (MAB) AD \perp (MAB)$

Soluție



$$a) CD \parallel (ABM) CD \parallel (ABM)$$

$$CD \parallel AB$$

$$AB \subset (ABM) AB \subset (ABM) \rightarrow CD \parallel (ABM) CD \parallel (ABM)$$

$$b) AM = ? AM = ?$$

$$DM = ?$$

$$MB \perp (ABCD)$$

$$AB \subset (ABCD) AB \subset (ABCD) \Rightarrow MB \perp AB \Rightarrow MB \perp AB$$

$\triangle MBA = \text{dreptunghic}$

aplicăm teorema lui Pitagora în $\triangle MBA$

$$\Rightarrow ip^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$MA^2 = MB^2 + AB^2$$

$$MA^2 = 6^2 + 6^2\sqrt{2}^2$$

$$MA^2 = 108$$

$$MA = \sqrt{108}$$

$$MA = 6\sqrt{3}cm$$

$$MB \perp (ABCD)$$

$$BD \subset (ABCD) \Rightarrow MB \perp BD \Rightarrow MB \perp BD$$

$\triangle MBD = \text{dreptunghic}$

aplicăm teorema lui Pitagora în $\triangle MBD$

$$\Rightarrow ip^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$MD^2 = MB^2 + DB^2$$

$$MD^2 = 6^2 + 12^2$$

$$MD^2 = 180$$

$$MD = \sqrt{180}$$

$$MD = 6\sqrt{5}cm$$

c) $ABCD = \text{dreptunghi} \Rightarrow AB \perp AD$

$$MB \perp (ABCD)$$

$$AD \subset (ABCD) \Rightarrow MB \perp AD$$

$$AB, MB \subset (MAB) \Rightarrow AD \perp (MAB)$$

(BĂTRÂN RADDU clasa a VIII a A)

121. La începutul anului școlar numărul elevilor din clasele a V a B și a V a C se află în raportul de

$\frac{22}{33}$. Pe parcursul anului școlar, 6 elevi din clasa a V a C s-au transferat în clasa a V a B, astfel

încât raportul numărului elevilor din cele două clase e $\frac{3}{2}$.

- a) Cât la sută din numărul elevilor din clasa a V a C reprezintă numărul elevilor din clasa a V a B (la începutul anului școlar)?
- b) Aflați numărul elevilor din clasa a V a B la începutul anului școlar.

Soluție

a) a = numărul elevilor din clasa a V a B

b = numărul elevilor din clasa a V a C

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2k$$

$$b = 3k$$

$$2k \dots\dots\dots x\%$$

$$3k \dots\dots\dots 100\%$$

$$x = \frac{2k \cdot 100}{3k}$$

$$x = 66,6(6)\%$$

$$b) \quad \frac{a+6}{b-6} = \frac{3}{2}$$

$$(a+6) \cdot 2 = (b-6) \cdot 3$$

$$2a + 12 = 3b - 18$$

$$2 \cdot 2k + 12 = 3 \cdot 3k - 18$$

$$4k + 12 = 9k - 18$$

$$12 = 5k - 18$$

$$5k = 30$$

$$k = 6$$

$$a = 2k$$

$$a = 2 \cdot 6$$

$$a = 12$$

$$b = 3k$$

$$b = 3 \cdot 6$$

$$b = 18$$

(VLAD BOGDAN clasa a VIII a A)

122. Se consideră expresia $E(x) = \frac{(x+4)^2 + x + 4}{(x+1)^2 - 9}$. Arătați că $E(x) = \frac{x+5}{x-2}$ unde

$$x \in \mathbb{R} - \{-5, -4, -2, 4\}$$

Soluție

$$E(x) = \frac{(x+4)^2 + x + 4}{(x+1)^2 - 9}$$

$$E(x) = \frac{x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 + x + 4}{x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 9}$$

$$E(x) = \frac{x^2 + 8x + 16 + x + 4}{x^2 + 2x + 1 - 9}$$

$$E(x) = \frac{x^2 + 9x + 20}{x^2 + 2x - 8}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 9x + 20 &= x^2 + 4x + 5x + 20 \\ &= x(x + 4) + 5(x + 4) \\ &= (x + 4)(x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= x^2 + 4x - 2x - 8 \\ &= x(x + 4) - 2(x + 4) \\ &= (x + 4)(x - 2) \end{aligned}$$

$$E(x) = \frac{(x + 4)(x + 5)}{(x + 4)(x - 2)}$$

$$E(x) = \frac{(x + 5)}{(x - 2)}$$

(DOMUȚA DANIEL clasa a VIII a A)

123. Un calculator costă 4000 lei. După un timp calculatorul a fost redus cu 15%. Prețul calculatorului a fost redus din nou astfel încât a fost vândut cu 3060 lei.

- Cât a costat calculatorul după prima reducere?
- Cu ce procent s-a redus prețul a doua oară?

Soluție

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 15\% \text{ din } 4000 &= \frac{15}{100} \cdot 4000 \\ &= 15 \cdot 4000 : 100 \\ &= 60000 : 100 \\ &= 600 \text{ lei} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Preț după prima scumpire} &= 4000 - 600 \\ &= 3400 \text{ lei} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 100\% &\dots\dots\dots 3400 \\ x\% &\dots\dots\dots 3060 \end{aligned}$$

$$x = \frac{100 \cdot 3060}{3400}$$

$$x = 90\%$$

$$\begin{aligned} \text{reducerea} &= 100\% - 90\% \\ &= 10\% \end{aligned}$$

(MAN ANDREI clasa a VIII a A)

124. Desenul de mai jos reprezintă schița unui parc. ABCD este un dreptunghi cu dimensiunile $AB = 64$ m și $BC = 48$ m. Parcul este străbătut de două alei BD și EF, unde $AE = FC = 14$ m.

- Calculați perimetrul dreptunghiului.
- Demonstrați că $BD \parallel EF$.
- Calculați aria triunghiului DAB.

Soluție

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad P_{ABCD} &= 2 \cdot L + 2 \cdot l \\ &= 2 \cdot 64 + 2 \cdot 48 \\ &= 128 + 96 \\ &= 224 \text{ m} \end{aligned}$$

b) Fie $DM \parallel EF$, deci DMEF = paralelogram

$$\Rightarrow DM = EF$$

$$ME = DF = 50 \text{ m}$$

$$MA = ME - AE$$

$$= 50 - 14$$

$$= 36 \text{ m}$$

$$DF = DC - FC$$

$$= 64 - 14$$

$$= 50 \text{ m}$$

Aplic T.P. în $\triangle DMA$

$$ip^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$DM^2 = DA^2 + AM^2$$

$$DM^2 = 36^2 + 48^2$$

$$DM^2 = 3600$$

$$DM = 60 \text{ m}$$

Aplic T.P. în $\triangle DBA$

$$ip^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$DB^2 = DA^2 + AB^2$$

$$DB^2 = 64^2 + 48^2$$

$$DB^2 = 6400$$

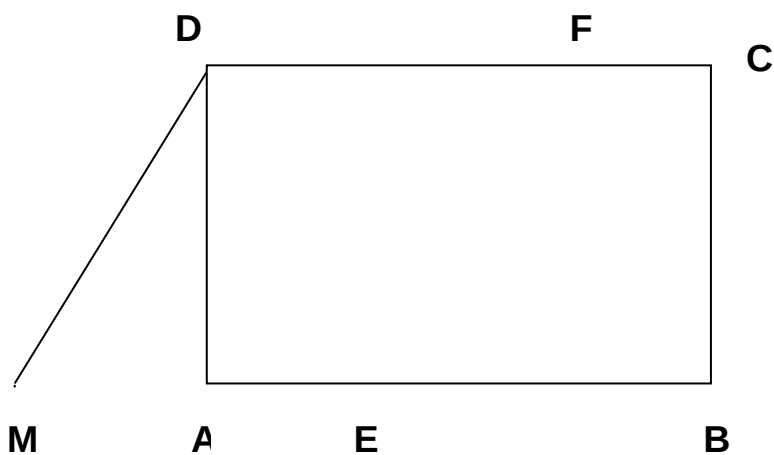
$$DB = 80 \text{ m}$$

$$MB = MA + AE + EB$$

$$= 36 + 14 + 50$$

$$= 100 \text{ m}$$

Aplic R.T.P. în $\triangle DBM$



$$MB^2 = 100^2$$

$$= 10000$$

$$DB^2 + DM^2 = 60^2 + 80^2$$

$$= 3600 + 6400$$

$$= 10000 \quad \Rightarrow MB^2 = DB^2 + DM^2$$

Deci conform R.T.P. $\triangle DBM$ este dreptunghic

$MD \perp DB$

$MD' \perp EF \quad \text{și} \quad EF \perp DB$

c)

$$A_{\triangle DAB} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$$

$$= \frac{48 \cdot 64}{2}$$

$$= 1536 \text{ m}^2$$

(AVRAM SARA clasa a VIII a A)