

## ANEXE din 12 iunie 2023

privind programele școlare pentru disciplinele opționale "Sisteme de scriere și codificare", clasele a V-a/a VI-a/a VII-a/a VIII-a, învățământ gimnazial, "Sisteme de numerație", clasele a V-a/a VI-a/a VII-a/a VIII-a, învățământ gimnazial, "Matematică în natură și arte", clasele a VII-a/a VIII-a, învățământ gimnazial

EMITENT • MINISTERUL EDUCAȚIEI

Publicată în MONITORUL OFICIAL nr. 559 bis din 21 iunie 2023

Data intrării în vigoare 21-06-2023

### Notă

Aprobate prin ORDINUL nr. 4.440 din 12 iunie 2023, publicat în Monitorul Oficial al României, Partea I, nr. 559 din 21 iunie 2023.

### Anexa nr. 1

MINISTERUL EDUCAȚIEI  
PROGRAMA PENTRU DISCIPLINA ȘCOLARĂ OPȚIONALĂ  
Sisteme de scriere și codificare  
Clasele a V-a/a VI-a/a VII-a/a VIII-a învățământ gimnazial  
București, 2023

### Notă de prezentare

Programa pentru disciplina opțională integrată Sisteme de scriere și codificare se adresează elevilor claselor a V-a - a VIII-a, având alocată o resursă de timp de o oră pe săptămână, pe durata unui an școlar. Competențele generale și cele specifice, activitățile de învățare și conținuturile asociate sunt transpuse într-un demers de tip inter- și transdisciplinar, axat pe elemente specifice ariei curriculare limbă și comunicare, dar complementat de elemente din ariile curriculare matematică și științe ale naturii, precum și arte și tehnologii.

Programa acestei discipline opționale este realizată în acord cu setul de competențe- cheie recomandate de Uniunea Europeană prin Recomandarea Consiliului Europei din data de 22 mai 2018 privind învățarea pe tot parcursul vieții, prin:

- competențele de (multi)literație, printr-o explorare în diversitatea sistemelor de scriere și de codificare, elevii învață, în mod aplicat, elementele de conținut din mesaje, precum și importanța comunicării eficiente (pornind de la una dintre principalele caracteristici ale unui sistem de scriere, aceea de a alege un sistem de simboluri care să nu pună ulterior dificultăți în recuperarea informației scrise), adecvate (din perspectiva tipurilor de coduri dezvoltate în funcție de contextul actual) și creative (prin optica limbajelor artificiale);
- competențele multilingvistice, prin conștientizarea diversității lingvistice, la nivel global;
- competențele în domeniul matematicii, prin problematizare și rezolvare de probleme autosuficiente, se creează o legătură interdisciplinară între limbă (ca sursă a corpusului problemei și ca reguli) și matematică (prin raționamentele inductive și deductive care stau la baza rezolvării problemei și a înțelegerii sistemului de scriere reprezentat);
- competențe de sensibilizare și expresie culturală, prin identificarea trăsăturilor specifice unei culturi imprimate la nivel lingvistic și conceptual/mental etc, precum și prin empatia față de alte civilizații.

În plus, prin utilizarea resurselor digitale și prin activități de lucru în echipă se vor dezvolta, în plan secund, și competențele digitale și sociale.

Astfel, această disciplină opțională are un dublu scop:

- pe de-o parte, de conștientizare a diversității lingvistice și a diferențelor care pot apărea între diferite persoane, comunități, popoare, ajutând astfel la educarea, sensibilizarea și acceptarea diversității culturale.
- pe de altă parte, prin modul în care activitățile de învățare care stau la baza dezvoltării competențelor specifice ale acestei discipline opționale sunt proiectate, elevii vor avea oportunitatea de a experimenta un nou mod de învățare, bazat exclusiv pe raționamente deductive și inductive, care îi va ajuta, pe termen scurt, la o abordare logică a învățării limbilor străine, iar pe termen lung la dezvoltarea și organizarea unui proces de învățare personalizat, adaptat nevoilor individuale.

### Competențe generale

1. Rezolvarea problemelor de lingvistică prin raționamente deductive și inductive, cu scopul de a stabili corelații între diferite sisteme de scriere
2. Exprimarea informațiilor, a concluziilor și a algoritmului de rezolvare pentru o situație dată, folosind limbajul lingvistic

## Competențe specifice și exemple de activități de învățare

1. Rezolvarea problemelor de lingvistică prin raționamente deductive și inductive, cu scopul de a stabili corelații între diferite sisteme de scriere
1.1. Identificarea unor caractere, date și relații în procesul (de)codării unui limbaj
- exersarea caracterelor corespunzătoare diferitor sisteme de scriere
- pronunțarea caracterelor în diferite sisteme de scriere
- identificarea unor caractere într-o schemă, într-un grafic, într-un tabel sau index care conține date referitoare la o situație concretă
- stabilirea unor corespondențe între scrierea și citirea caracterelor
1.2. Prelucrarea unor date lingvistice de tip structural, cantitativ și calitativ, cuprinse în sistemele de scriere și de codare/criptare
- exerciții de transliterare dintr-un sistem de semne în altul
- exerciții de transcriere corectă a unui mesaj dat dintr-un sistem de semne în altul
- analiza contrastivă a relației dintre sunet/grup de sunete/cuvânt etc. și simbol sau grup de simboluri
- criptarea unor mesaje prin diferite metode
1.3. Investigarea diferitelor tipuri de sisteme de scriere din perspectivă practică
- extragerea informațiilor esențiale și de detaliu dintr-o problemă dată
- identificarea unei metode intuitive adecvate pentru rezolvarea unei probleme date
- aplicarea metodei adecvate pentru rezolvarea unei probleme date
- generarea unor cuvinte/enunțuri noi, în baza regulilor de (de)codare identificate
2. Exprimarea informațiilor, a concluziilor și a algoritmului de rezolvare pentru o situație dată, folosind limbajul lingvistic
2.1. Aplicarea conștientă a achizițiilor privitoare la diferite sisteme de scriere și de codare/criptare, pentru exprimarea corectă a intenției comunicative
- completarea unor enunțuri cu faptele de limbă omise
- transcrierea unor structuri lingvistice corespunzătoare sarcinii de lucru
- crearea unor jocuri lexicale (calambururi) sau ortografice etc.
- aplicarea în contexte diverse și autentice a noilor achiziții lingvistice
2.2. Evaluarea propriei scrieri și a scrierii celorlalți, prin valorificarea achizițiilor grafematice
- analiza unor construcții lingvistice din perspectiva sistemului de scriere și/sau de codare/criptare
- corectarea unor construcții lingvistice în funcție de normă, în contexte diverse
- utilizarea resurselor digitale (de exemplu: Omniglot) în vederea creării unui mesaj propriu într-un sistem necunoscut, folosind tabelul de caractere și regulile ortografice
2.3. Modelarea lingvistică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite sisteme de scriere și de codare
- evidențierea etapelor/algoritmului specific metodei de rezolvare
- organizarea datelor lingvistice în vederea explicării metodei de lucru
- utilizarea instrumentelor digitale (de exemplu: Wordwall) pentru a crea comunicări noi, corecte și coerente, prin joc
- folosirea gândirii logice și inovative în aplicarea conceptelor lingvistice pentru crearea unor sisteme de semne și codare proprii

## Conținuturi

Domenii de conținut	Conținuturi
Sisteme clasice de scriere	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conținut semantic versus conținut fonetic</li> <li>• Sisteme pictografice</li> <li>• Sisteme ideografice</li> <li>• Sisteme logografice</li> <li>• Sisteme silabice</li> </ul> Studiu de caz: Sistemul chinezesc de scriere <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sisteme alfabetice</li> <li>• Sisteme alfasilabice - abjad</li> <li>• Sisteme alfasilabice - abugida</li> </ul> Studiu de caz: Sisteme de scriere artificiale
Alte sisteme de scriere	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sisteme de scriere pentru nevăzători:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- alfabetul Braille</li> </ul> </li> <li>• Variații ale sistemului Braille</li> <li>• Sisteme de notare pentru surdo-muți:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- limbajul semnelor/limbajul mimico-gestual</li> </ul> </li> <li>• Sisteme de scriere prescurtată, stenografia</li> <li>• Sisteme internaționale de scriere:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Codul Morse, Alfabetul Fonetic internațional</li> </ul> </li> </ul>
Sisteme de criptare a mesajelor. Criptografie clasică	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sisteme criptografice:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- scurt istoric, relevanță, clasificare</li> </ul> </li> <li>• Cifruri cu substituție:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- cifrul Cezar, cifrul Atbash, cifrul franco-mason</li> </ul> </li> <li>• Cifruri cu transpoziție:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- cifrul Rail Fence, cifrul schitală, transpoziția coloanelor</li> </ul> </li> <li>• Cifruri Polybius:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Polybius simplu</li> <li>- variante: Polybius cu cheie, ADFGX și ADFGVX, cifrul bifid</li> </ul> </li> <li>• Cifruri pătrate:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- cifrul Playfair, cifrul bipătrat</li> </ul> </li> </ul>

## Sugestii metodologice

Programa disciplinei opționale incluse în oferta națională de curriculum la decizia școlii dezvoltă învățarea prin joc, fiind centrată pe elev, ca subiect al propriei formări, ținând cont de necesitățile și abilitățile fiecărui elev, integrându-le într-un demers inter- și transdisciplinar pentru dezvoltarea logicii deductive și inductive și a capacității de corelare a conținuturilor din diferite arii curriculare.

Principalul instrument didactic este rezolvarea de probleme, pentru a încuraja învățarea prin problematizare și descoperire, după modelul folosit la olimpiadele de lingvistică, etapele naționale și internaționale. Acesta poate fi completat de prezentări interactive, videoclipuri, filme care să prezinte evoluția sistemelor de scriere și modul în care dezvoltarea unui sistem de scriere sau de codificare este bazată aproape exclusiv pe necesitățile de comunicare. În plus, pot fi folosite secvențe din documentare care arată procesul de decodificare a mesajelor criptografice în momente de cotitură din istoria umanității.

Interesul elevilor poate fi stimulat și prin conectarea conținuturilor acestui opțional cu literatura și filmografia științifico-fantastică recentă, astfel putându-se discuta despre diferite sisteme de scriere sau de comunicare artificiale, prezentate în diverse filme, cum ar fi Arrival (2016)), cărți - trilogia Stăpânul Inelelor sau chiar jocuri video ca Myst.

Învățarea prin joc poate fi realizată și prin proiecte (care să vizeze dezvoltarea propriului sistem de scriere, simboluri și reguli ortografice) sau studii de caz în care să se investigheze și să prezinte unul sau mai multe sisteme de scriere.

Drept forme de organizare a activității didactice, se recomandă lucrul în echipă, astfel, elevii pot fi împărțiți în grupe și li se pot da diverse mesaje/texte/comunicări scrise codificate sau transcrise într-unul (sau mai multe) sisteme de notație prezentate, pentru a le decodifica.

În proiectarea activităților de învățare se pot alege demersuri inductive sau deductive. Având în vedere faptul că elevii nu trebuie să memoreze codurile sau diferitele sisteme de scriere, accentul va cădea pe formarea competenței de rezolvare de probleme, pe deprinderea cu un algoritm de lucru, astfel încât să poată rezolva probleme care includ sisteme de scriere necunoscute. În acest sens, evidențierea pașilor/a etapelor parcurse în rezolvarea problemelor (gândirea cu voce tare) este esențială. De asemenea, este nevoie ca profesorul să ofere elevilor un feedback formativ, care să evidențieze aspectele corecte și să descrie/inventarieze greșelile tipice, prezentând și soluții concrete de corectare. În felul acesta, elevii își vor dezvolta atât competențele prevăzute în prezenta programă, formându-și, totodată, reflexul de autoevaluare.

Prezentăm mai jos câteva probleme rezolvate, subliniind în fiecare caz pașii pe care profesorul și elevii trebuie să îi parcurgă. În rezolvarea problemelor, pentru familiarizare, profesorul le poate prezenta elevilor câteva informații legate de zona unde este utilizat sistemul de scriere, ce limbi îl utilizează, o scurtă istorie a sa, informații culturale care derivă din folosirea respectivului sistem de scriere (precum citirea de la stânga la dreapta sau invers care se află în legătură cu poziționarea geografică etc.) sau alte aspecte sugestive pentru rezolvarea problemelor, fără însă a se insista pe o încărcătură informațională, evitând, astfel, suprateoretizarea. De subliniat este faptul că nu este necesar ca elevii să rețină informațiile prezentate, acestea având rol doar în încadrarea sistemului de scriere în timp și spațiu.

### **Problema 1. Afaka (autor: Vlad A. Neacșu)**

Sistemul de scriere afaka a fost creat în 1910 de Afaka Atumisi pentru scrierea limbii ndyuka. Mai jos este redată o parte din silabarul afaka:



## Problema 2. Devanagari (Alfred Zhurinsky, Olimpiada de Lingvistică din Rusia 1965)

Sanskrita este o limbă antică a Indiei de Nord și o limbă sacră a religiei hinduse. Este una dintre cele mai vechi limbi ale familiei indo-europene. De fapt, descoperirea faptului că limba sanscrită este înrudită cu limbile europene, precum româna, i-a determinat pe lingviști să considere existența "familiei" limbilor indo-europene. Mai jos sunt date câteva cuvinte sau rădăcini în sanscrită, scrise folosind sistemul devanagari. Acesta este sistemul de scriere folosit în scrierile sacre hinduse, cunoscute ca Vedas, precum și în multe alte limbi moderne vorbite în Asia de Sud. Pentru fiecare cuvânt este dată și transcrierea corespunzătoare în alfabet latin, precum și traducerea în limba română.

वच्	vach	a vorbi	दम	dama	casă
वेद	veda	cunoștință	यद्	yad	deoarece
चुद्	chud	a implora	नम्	nam	a onora
मेने	mene	gând			

a) Scrieți în alfabet latin următoarele cuvinte sanscrite:

1. मन्	a gândi	3. मुद्	bucurie
2. यम्	a ține	4. देव	zeu

b) Scrieți următoarele cuvinte românești în sistemul de scriere devanagari:

5. nume 6. madam 7. vad 8. Chad

### Modalitate de rezolvare:

Primul pas este analizarea simbolurilor utilizate, scrierea lor în alfabet latin și traducerea acestora în limba română. Fiind o problemă care vizează sistemul de scriere, traducerea este opțională și are rol doar în cunoașterea contextului, nefiind, în general, esențială pentru rezolvarea acestor tipuri de probleme. Importantă este corelația între caracterele utilizate în sistemul respectiv de scriere (în acest caz, devanagari) și transpunerea acestora în alfabet latin, dar în limba originală (transliterația).

Rezolvarea va avea ca punct de plecare observarea asemănărilor și a deosebirilor dintre simbolurile utilizate și scrierea aceluiași cuvânt cu alfabet latin.

Comparând cuvintele **chud** și **yad**, observăm că ambele se termină în același caracter în devanagari, iar, în transliterarea în alfabet latin, ambele se termină în **d**. Deducem, astfel, că **द्** = **d** și că sistemul *devanagari* este scris de la stânga la dreapta.

Întrucât, pentru aceste două cuvinte, a rămas un singur caracter neidentificat, acesta trebuie să corespundă porțiunii de cuvânt rămase, de unde **चु** = **chu** și **य** = **ya**.

Comparând exemplele **veda** și **dama**, singura parte comună este **da**, iar singurul caracter comun este **द**, putând, deci, deduce că acesta reprezintă **da**. În plus, pe baza poziției acestui caracter, putem (re)confirma direcția de scriere a sistemului devanagari, de la stânga la dreapta.

Comparând caracterele pentru **d** și **da**, observăm acea linie oblică în partea de jos a caracterului pentru **d**. Acest semn diacritic apare în toate cuvintele care se termină în consoană, de unde putem deduce că acest semn denotă elidarea/eliminarea/ștergerea vocalei, fiind astfel vorba de un sistem de tip abugida.

Așadar, deducem că în sistemul devanagari, fiecare caracter reprezintă o consoană și o vocală, iar o linie în partea din dreapta jos a caracterului denotă eliminarea vocalei.

Astfel, putem deduce toate caracterele din problemă:

व = va, च् = ch, वे = ve, द = da, चु = chu, द् = d, मे = me, ने = ne,

म = ma, य = ya, न = na, म् = m.

Știind că este un sistem abugida, putem crea un tabel pentru a analiza informațiile de până acum și pentru a descoperi modul de marcarea a vocalelor:

C / V	∅	a	e	u
ch	च्			चु
d	द्	द		
m	म्	म	मे	

C / V	∅	a	e	u
n		न	ने	
v		व	वे	
y		य		

În baza acestei reprezentări, putem deduce cu ușurință următoarele reguli legate de sistemul de scriere devanagari (reprezentând prin C o consoană oarecare):

- simbolul corespunzător grupului Ca este forma de bază;
- eliminarea vocalei (pentru obținerea simbolului corespunzător C) se face prin adăugarea unei linii oblice în partea din dreapta jos;
- simbolul corespunzător grupului Ce este obținut din cel de bază, prin adăugarea unei linii oblice deasupra;
- simbolul corespunzător grupului Cu este obținut prin adăugarea unei bucle sub forma de bază a caracterului.

Pe baza acestor reguli, putem rezolva toate cerințele problemei:

a)

- |              |               |
|--------------|---------------|
| 1. मन् = man | 3. मुद् = mud |
| 2. यम् = yam | 4. देव = deva |

O observație culturală este transcrierea cuvântului 4 (zeu) ca deva, care coincide cu începutul numelui sistemului de scriere devanagari. În realitate, cuvântul devanagari este format din deva + nagari, nagari însemnând oraș, astfel devanagari înseamnă locuința/locul zeilor.

b)

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| 5. nume = नुमे | 6. madam = मदम् |
| 7. vad = वद्   | 8. Chad = चद्   |

Model de redactare a răspunsului:

a)

- |              |               |
|--------------|---------------|
| 1. मन् = man | 3. मुद् = mud |
| 2. यम् = yam | 4. देव = deva |

b)

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| 5. nume = नुमे | 6. madam = मदम् |
| 7. vad = वद्   | 8. Chad = चद्   |

Reguli:

Sistem abugida, scris de la stânga la dreapta, cu vocala implicită a.

Consoane: cha = च, da = द, ma = म, na = न, va = व, ya = य.

Diacritice:

◌ = Ca, ◌् = C, ◌े = Ce, ◌ु = Cu. C = consoană

Rezolvarea pas cu pas reprezintă raționamentul pe care elevul trebuie să îl urmeze în rezolvarea problemei și care îl va conduce la soluția corectă. În schimb, redactarea este ceea ce elevul trebuie să scrie pe lucrare/foaie de concurs în momentul în care rezolvă o problemă de lingvistică. Trebuie menționat că în cadrul competițiilor școlare de lingvistică, explicarea pașilor rezolvării și a raționamentului nu sunt necesare, elevul trebuind doar să redea regulile și tiparele descoperite pentru a explica corpusul dat.

Evaluarea nivelului de formare a competențelor se poate face prin metode alternative, precum portofoliul, feedbackul, proiectul etc., punându-se accent pe autoevaluare. De asemenea, se recomandă utilizarea itemilor subiectivi, de tip rezolvare de probleme, cu atât mai mult cu cât competențele vizează acest aspect, iar evaluarea se poate realiza prin intermediul unui test docimologic sau prin observare curentă.

### Problema 3. Cifrul Cezar și cifrul Atbash (autor: Vlad A. Neacșu)

Cifrurile reprezintă sisteme de mascare a sensului unui mesaj prin înlocuirea fiecărei litere a mesajului cu alte litere sau simboluri.

Problema de față va folosi două cifruri, Cifrul Cezar și Cifrul Atbash, iar pentru ușurința rezolvării, toate mesajele codificate vor fi fără diacritice (literele ă și â vor fi reprezentate identic cu a, î cu i, ș cu s, ț cu t). Cifrul Cezar (transcris în cifrul Cezar ca GMJVYP GIDEV) a fost utilizat de Iulius Caesar în perioada Romei Antice. Iulius Caesar descrie în memoriile sale privind cariera militară (De bello Gallico) cum a "mască" cu viclenie sensul mesajelor de război extrem de importante ca să nu fie interceptate de inamici.

Cifrul Atbash (transcris în cifrul Atbash ca XRUIFO ZGYZHS) este probabil cel mai renumit sistem de criptografie din tradiția iudeo-creștină.

Mai jos este dat un celebru citat al lui Berlot Brecht, codificat folosind cifrul Cezar și cifrul Atbash.

1) RMGVORTVMGZ MF RMHVZNMZ HZ MF UZXR TIVHVOR XR HZ EVAR IVKVWV XFN KLGR HZ OV  
RMWIVKGR

2) MRXIPMKIRXE RY MRWIEQRE WE RY JEGM KVIWIPM GM WE ZIDM VITIHI GYQ TSXM WE PI  
MRHVITXM.

a) Specificați care din cele două mesaje corespunde fiecărui cifru și decodați citatul lui Berlot Brecht.

b) Criptați următorul mesaj atât în cifrul Cezar, cât și în cifrul Atbash.

MATSUKATA MASAYOSHI A FOST PRIM MINISTRU AL JAPONIEI PRIMIND DECORAȚIA DOCTOR OF  
CIVIL LAW DIN PARTEA UNIVERSITĂȚII OXFORD

### Modalitate de rezolvare:

Din notele de subsol aflăm că CIFRUL CEZAR se criptează ca GMJVYP GIDEV, de unde, ținând cont de numărul de litere din fiecare cuvânt, deducem că ordinea cuvintelor se păstrează, iar din repetiția literei R în CIFRUL CEZAR și V în GMJVYP GIDEV, observăm că și ordinea literelor se păstrează. Deducem astfel că în cifrul Cezar avem următoarele corespondențe: G - C, M - I, J - F, V - R, Y - U, P - L, I - E, D - Z, E - A.

Aplicând același raționament pentru cifrul Atbash, deducem că și în acesta ordinea literelor și a cuvintelor se păstrează și deducem corespondențele: X - C, R - I, U - F, I - R, F - U, O - L, Z - A, G - T, Y - B, H - S, S - H.

Este important de remarcat că în Cifrul Cezar codificările nu sunt simetrice (dacă litera M din cifrul Cezar reprezintă, în variantă decodată litera I, nu înseamnă și că litera I din cifrul Cezar se va decoda ca M), pe când în Cifrul Atbash codificările sunt simetrice (se observă că R devine I și I devine R, S devine H și H devine S).

Analizând al șaselea cuvânt (UZXR în mesajul 1, respectiv JEGM în mesajul 2) și înlocuind literele deja cunoscute, observăm că JEGM este scris în cifrul Cezar și se traduce prin FACI, iar QVTN este scris în cifrul Atbash.

Deci mesajul 2 este criptat folosind Cifrul Cezar, iar mesajul 1 folosind Cifrul Atbash.

Înlocuind în fiecare din cele două propoziții corespondențele cunoscute, obținem următoarele decodări parțiale (am notat cu litere minuscule caracterele decriptate, iar cu majuscule litere încă nedecodate):

1) iMtVliiTVMta Mu iMsVaNMsa Mu faci TrVsVli ci sa EVAi rVKVWV cuN KLti sa IV iMWrvKti

2) iRXeliKeRXa Ru iRWeaQRa Wa Ru faci KreWeli ci Wa Zezi reTeHe cuQ TSXi Wa le iRHreTXi.

Știind că ambele propoziții conțin același mesaj și că în cazul ambelor cifruri ordinea literelor este aceeași cu ordinea din limba română, putem deduce că în cifrul Cezar X înseamnă T, W - S, iar în cifrul Atbash: V înseamnă E, A - Z.

Acum, cele două mesaje devin:

1) iTteliTeMta Mu iMseaNMa sa Mu faci Treseli ci sa Eezi reKeWe cuN KLti sa le iMWreKti

2) iRteliKeRta Ru iRseaQRa sa Ru faci Kreseli ci sa Zezi reTeHe cuQ TSti sa le iRHreTti.

Din aceste informații putem cu ușurință deduce care este mesajul și putem afla literele rămase.

Mesajul final este: INTELIGENTA NU INSEAMNA SA NU FACI GRESELI CI SA VEZI REPEDE CUM POTI SA LE INDREPTI.

Se observă că în cifrul Cezar fiecare literă este transpusă cu patru poziții mai departe în alfabet, astfel litera A este criptată ca E, C - G, D - H, E - I, ..., Z - D.

În cifrul Atbash, fiecare literă este înlocuită cu litera aflată pe aceeași poziție, dar de la coada alfabetului, astfel: A - Z, C - X, D - W, E - V, ..., Z - A.

### Resurse bibliografice (selectiv):

1. Coulmas, Florian, The Blackwell encyclopedia of writing systems, Blackwell, Oxford, 1996;
2. Coulmas, Florian, Writing systems. An introduction, Cambridge University Press, Cambridge, 2003;
3. Daniels, Peter; Bright, William, The World's Writing Systems, Oxford University Press, Oxford, 1996;
4. Haarmann, Harald, Geschichte der Schrift, C. H. Beck, Munchen, 2004;
5. Joffrin, Laurent, Istoria Codurilor Secrete, Editura Litera, București, 2010;
6. Neacșu, Vlad Andrei, Olimpiada de Lingvistică. Ghid de Pregătire, București, Editura Universității din București - Bucharest University Press, București, 2022;
7. Robinson, Andrew, Istoria Scrisului. Alfabet, hieroglifă și pictogramă, Editura Art, București, 2009;

8. Rusu, Mina Maria, coord., Olimpiada de lingvistica "Solomon Marcus". Tehnici de înțelegere a limbilor lumii, București, Editura Paralela 45, București, 2017;

9. www.omniglot.com

10. www.wordwall.net

11. www.canva.com

### Grupul de lucru

Nume și prenume	Instituția de proveniență
Roxana-Ștefania CIOBANU	Colegiul Național Spiru Haret, București
Constantin-Ciprian NISTOR	Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație
Vlad-Andrei NEACȘU	City University of Hong Kong, Hong Kong SAR
Mariana PASCARU	Școala Gimnazială Take Ionescu, Râmnicu Vâlcea

### Anexa nr. 2

**MINISTERUL EDUCAȚIEI**  
**PROGRAMA PENTRU DISCIPLINA ȘCOLARĂ OPȚIONALĂ**  
**Sisteme de numerație**  
**Clasele a V-a/a VI-a/a VII-a/a VIII-a**  
**învățământ gimnazial**  
**București, 2023**

### Notă de prezentare

Programa pentru disciplina opțională Sisteme de numerație se adresează elevilor claselor a V-a - a VIII-a, având alocată o resursă de timp de o oră pe săptămână, pe durata unui an școlar. Acesta este un opțional integrat, având scopul de a familiariza elevii cu o abordare alternativă a noțiunilor matematice și lingvistice, de a le deschide orizonturile gândirii critice și transdisciplinare și de a le aduce în prim-plan situații-problemă inedite într-o manieră ludică, prin studierea particularităților structurale ale sistemelor de numerație din diverse limbi și familii de limbi. Elevii vor învăța să își dezvolte gândirea logică și analogică, prin structurarea regulilor lingvistice și matematice care stau la baza reprezentării, a scrierii și a citirii numeralelor în diferite limbi.

În procesul de proiectare a acestei discipline opționale s-au avut în vedere profilul de formare al absolventului de gimnaziu, programele școlare în vigoare și setul de competențe-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții reglementate la nivel european. Astfel, disciplina opțională este construită pe două direcții principale de dezvoltare a competențelor. Pe de-o parte, se are în vedere stimularea competențelor din domeniul matematicii, prin exersarea și aplicarea acestora cu scopul de a înțelege și de a investiga tipologia sistemelor de numerație din lume atât din perspectivă structurală, cât și din perspectivă matematică. Pe de altă parte, prin această disciplină opțională se pune accentul pe competențele multilingvistice și sociale, permițând elevilor să descopere varietatea lingvistică și culturală, existentă la nivel global. Astfel, printr-o abordare ludică, elevii vor conștientiza diversitatea limbilor lumii, prin intermediul sistemelor lor de numerație, precum și implicațiile culturale pe care aceasta le are, contribuind astfel la creșterea nivelului de empatie și la dezvoltarea unei perspective interculturale. Parcurgerea acestei discipline opționale va favoriza motivația intrinsecă a elevilor legată de învățarea continuă, de a descoperi și rezolva noi situații-problemă, de a depăși gândirea stereotipă și de a face față cu succes unor provocări inedite.

### Competențe generale

1. Analizarea diferitelor sisteme de numerație, printr-o abordare practică
2. Rezolvarea unor situații-problemă prin raționamente deductive și inductive

### Competențe specifice și exemple de activități de învățare

1. Analizarea diferitelor sisteme de numerație, printr-o abordare practică
1.1. Recunoașterea tipurilor de simboluri care stau la baza diferitelor sisteme de numerație: cifre romane, arabe, indiene, manipuri etc. - recunoașterea numerelor scrise în diferite sisteme de reprezentare - reprezentarea unor numere folosind diverse sisteme - convertirea unui număr dintr-un sistem de numerație în altul/«transliterarea» unui număr dintr-un sistem de numerație în altul - alegerea tipului de reprezentare a numeralelor în funcție de contextul lingvistic și cultural/situații reale (scrierea secolelor cu cifre romane etc.)
1.2. Identificarea particularităților de citire a numerelor în diferite sisteme de numerație - identificarea diferențelor dintre reprezentarea unui număr și citirea acestuia în diferite sisteme lingvistice/limbi - exersarea utilizării noțiunilor de cifră, multiplicator, ordin, clasă - descompunerea numerelor în diferite sisteme de numerație în bază 10 - citirea numerelor în sisteme care folosesc diferite tipuri de topică ordin - multiplicator - citirea numerelor în sisteme care folosesc diferite tipuri de topică a ordinelor și a claselor - identificarea modului de marcare a operațiilor matematice în citirea numărului
1.3. Analizarea modului de formare a numerelor în sisteme de numerație în alte baze decât baza 10 - identificarea conceptului de bază și a diferitelor contexte reale de utilizarea a acestora (de exemplu: ADN, calculatoare, horoscop, ceas etc.)

- descompunerea numerelor în sisteme de numerație diferite de baza 10
- transformări dintr-o bază de numerație în alta
- observarea asemănărilor și a diferențelor în citirea numerelor, utilizând diferite sisteme de numerație
- compararea diferitelor sisteme de numerație

## 2. Rezolvarea de situații-problemă prin raționamente deductive și inductive

### 2.1. Efectuarea unor operații aritmetice de bază cu numere reprezentate în diverse sisteme de numerație

- realizarea de adunări cu numere scrise în diferite sisteme de numerație
- scăderea numerelor scrise în diferite sisteme de numerație
- înmulțirea numerelor scrise în diferite sisteme de numerație

### 2.2. Aplicarea unor raționamente inductive sau deductive în vederea rezolvării de probleme de lingvistică care vizează sisteme de numerație

- interpretarea informațiilor primite pentru rezolvarea problemelor
- alcătuirea schemei structurale a sistemelor de numerație din punct de vedere lingvistic
- reconstituirea unor operații date în diferite contexte/în funcție de criteriile date
- formularea regulilor care stau la baza sistemului de numerație

extrapolarea regulilor identificate în alte contexte pentru rezolvarea sarcinii de lucru

## Conținuturi

Domenii de conținut	Conținuturi
Istoricul sistemelor de numerație. Tipuri de reprezentare a cifrelor	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tipuri de civilizații și sistemele lor de numerație: <ul style="list-style-type: none"> <li>- civilizația babiloniană</li> <li>- civilizația arabă</li> <li>- civilizația romană</li> <li>- alte civilizații</li> </ul> </li> <li>• Tipuri de cifre și reprezentări numerice: <ul style="list-style-type: none"> <li>- cifre arabe</li> <li>- cifre romane</li> <li>- cifre manipuri</li> <li>- numerale inuite</li> <li>- alte reprezentări</li> </ul> </li> </ul>
Particularități de citire a numerelor	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordin, clasă, multiplicator: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ordinea constituenților în citirea și scrierea numeralelor</li> <li>- topica dintre ordin și multiplicator</li> </ul> </li> <li>• Adunarea, scăderea și înmulțirea numerelor</li> <li>• Tipuri de numerație în baza 10</li> </ul>
Alte baze de numerație	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Baze de numerație în viața de zi cu zi</li> <li>• Sisteme de numerație în alte baze decât baza 10</li> <li>• Sisteme de numerație cu bază și sub-bază</li> </ul>

## Sugestii metodologice

În proiectarea și desfășurarea activităților se vor avea în vedere experiența și achizițiile dobândite anterior de către elevi. De asemenea, se va urmări ca învățarea să se facă în cea mai mare parte prin descoperire și problematizare, îmbinând nivelul intuitiv cu rigoarea științifică, evitându-se abordările specifice domeniului, precum și teoretizarea excesivă sau memorarea unor concepte matematice/lingvistice.

În proiectarea activităților de învățare se va pune accent pe partea practică, aplicativă (pot fi utilizate materiale didactice pentru exemplificarea ordinului și a trecerii peste ordin), abordarea intuitivă reprezentând o formă imediată de cunoaștere care oferă posibilitatea de a organiza și de a gestiona informații în scopul construirii unei reprezentări schematice care să conducă la rezolvarea problemei. Se recomandă ca acțiunile didactice care au ca rezultat noile achiziții să fie proiectate având ca bază de pornire analogiile și abilitățile de transfer lingvistic ale elevului. Astfel, acestuia i se va dezvolta abilitatea de a fi capabil să organizeze, să ierarhizeze și să gestioneze informații nestructurate în scopul unei reprezentări schematice a acestora, etapă necesară în formularea de idei și generarea de metode care vor conduce la soluționarea problemelor. Intuiția este o primă etapă a înțelegerii unor informații sau rezultate, necesară în formarea și dezvoltarea raționamentului, de aceea se va insista pe abordarea unor metode de rezolvare a problemelor care să valorifice această capacitate.

Abordarea conținuturilor trebuie făcută gradual, adaptată la nivelul cognitiv al elevului, în măsura în care acestea constituie un mijloc de dezvoltare a competențelor specifice. Se recomandă utilizarea "hărților lingvistice" pentru a permite elevului să își formeze și o imagine a "geografiei și a istoriei" numerelor și sistemelor de numerație.

Se recomandă ca în procesul didactic strategiile/metodele de învățare clasice (învățare intuitivă, brainstorming, conversație euristică, problematizare, lucru în echipă, concursuri etc.) să fie complementate de utilizarea calculatorului/internetului în scopul formării și dezvoltării competențelor digitale ale elevilor.

Evaluarea se va face prin metode diverse: observarea continuă a activității elevului, discuții frontale, activități desfășurate în echipe, lucrări scrise, portofoliu cu rezolvările problemelor propuse. Fiind un curs opțional, se recomandă să fie pus mai mult accent pe funcțiile motivațională și informațională ale evaluării.

În proiectarea activităților de învățare se pot alege demersuri inductive sau deductive. Având în vedere faptul că elevii nu trebuie să memoreze sistemele de numerație cu care operează, accentul va cădea pe formarea competenței de rezolvare de probleme, pe deprinderea unui algoritm de lucru, astfel încât să poată rezolva probleme care includ sisteme de numerație necunoscute. În acest sens, evidențierea pașilor/a etapelor realizate

în rezolvarea problemelor (gândirea cu voce tare) este esențială. De asemenea, este nevoie ca profesorul să ofere elevilor un feedback formativ, care să evidențieze aspectele pozitive pe care le-au făcut elevii și să descrie punctele slabe, prezentând și soluții concrete de remediere a acestor deficite. În felul acesta, elevii își vor dezvolta atât competențele prevăzute în prezenta programă, cât și competența de autoevaluare.

În rezolvarea problemelor, pentru familiarizare, profesorul le poate prezenta elevilor câteva informații legate de zona unde este utilizat sistemul de numerație, un scurt istoric, informații culturale care derivă din folosirea respectivului sistem de scriere (precum citirea de la stânga la dreapta sau invers care se află în legătură cu poziționarea geografică etc.) sau alte aspecte sugestive pentru rezolvarea problemelor, fără a se insista însă pe o încărcătură informațională. De subliniat este faptul că nu este necesar ca elevii să rețină informațiile prezentate, acestea având doar rol de contextualizare.

În evidențierea pașilor și, implicit, în rezolvarea problemelor nu este nevoie ca elevul să cunoască sau să utilizeze o terminologie specifică limbii respective sau specifică domeniului lingvistic (de altfel, în cadrul competițiilor nu se punctează folosirea termenilor lingvistici, ci prezentarea modului de rezolvare). Important este ca elevul să poată prezenta modul în care a ajuns la soluțiile prezentate. Altfel spus, să poată susține argumentat soluția la care a ajuns. În același timp, este important ca elevul să fie capabil să rezume toate informațiile descoperite într-o manieră schematică, prezentând în scris doar regulile descoperite.

Evaluarea nivelului de formare a competențelor se poate face prin metode alternative de evaluare, precum portofoliul, chestionarul, cu accent pe autoevaluare. De asemenea, utilizarea itemilor subiectivi, de tip rezolvare de probleme, este de bază, cu atât mai mult cu cât competențele vizează acest aspect, iar evaluarea se poate realiza prin intermediul unui test docimologic sau prin observare curentă.

### Glosar

- reprezentarea unui număr se referă la scrierea unui număr cu un set de simboluri (cifre). Diferite limbi pot folosi același sistem de reprezentare. De exemplu, în Europa, numerele se reprezintă în cifre arabe (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), indiferent de limbă.
- citirea unui număr se referă la scrierea în cuvinte a numărului într-o anumită limbă, așa cum este el pronunțat. Aceeași reprezentare a unui număr poate fi citită în diferite moduri, în funcție de limba la care facem referire. De exemplu, numărul reprezentat ca 234 este citit diferit în română (două sute treizeci și patru), engleză (two hundred thirty-four), germană (zweihundertvierunddreiBig) etc.

Redăm trei tipuri de probleme alături de rezolvarea lor pas cu pas, dar și modelul de redactare a acestora. Abordarea progresivă, etapizată de tip step by step, reprezintă raționamentul pe care elevul trebuie să îl urmeze în rezolvarea problemei și care îl va conduce la soluția corectă. În schimb, redactarea este ceea ce elevul trebuie să scrie pe lucrare/foaie de concurs în momentul în care rezolvă o problemă de lingvistică. Trebuie menționat că în cadrul competițiilor școlare de lingvistică, explicarea pașilor rezolvării și a raționamentului nu sunt necesare, elevul trebuind doar să redea regulile și tiparele descoperite pentru a explica corpusul dat.

Problema 1 operează cu sistemul pentimal, un tip de reprezentare folosit în Scandinavia. Această problemă se subscie competenței specifice 1.1., respectiv primelor trei exemple de activități de învățare. În primă etapă, elevii trebuie să recunoască numerele scrise în acest sistem, înțelegând regulile necesare convertirii unui număr din sistemul pentimal în sistemul uzual, respectiv cel în baza 10, scris cu cifre arabe. Pentru rezolvarea cerinței (b), elevii trebuie să fie capabili să reprezinte anumite numere în acest sistem.

Problema 2 vizează reconstituirea unei adunări în funcție de anumite criterii date, activitate de învățare subscrisă competenței specifice 2.2.

Problema 3 reprezintă o problemă complexă ce îmbină șase activități de învățare. Pe de-o parte, elevii trebuie să înțeleagă modul de citire a numerelor în limba carelă, incluzând topica dintre ordin și multiplicator precum și identificarea modului de marcare a adunării și a înmulțirii. Pentru a face acest lucru, elevii trebuie, de asemenea, să poată opera cu concepte precum cifră, multiplicator, ordin. Mai mult, pe lângă rezolvarea problemei, elevii trebuie să descrie regulile sau tiparele observate, trebuind astfel să alcătuiască schema structurală a acestui sistem de numerație, din punct de vedere lingvistic, să formuleze regulile care stau la baza acestui sistem de numerație și, în final, să extrapoleze aceste reguli pentru a rezolva cerința dată.

Problema 4 evidențiază folosirea numerelor în contexte din afara sferei matematice, în acest caz pentru citirea orei în limba germană. Astfel, această problemă aduce în cotidian conceptele cu care elevii au operat până acum, fiind puși în fața unei situații din viața de zi cu zi. Similar problemei 3, această problemă combină mai multe activități de învățare, de la identificarea diferențelor de citire a numerelor (sau, specific, de citire a orei) în limba germană comparativ cu limba română până la formularea regulilor care stau la baza sistemului de numerație.

### Problema 1. Sistemul pentimal (autor: Vlad A. Neacșu)

Sistemul pentimal este un tip de reprezentare a numerelor folosit în Scandinavia. Mai jos sunt date câteva numere scrise în sistemul pentimal, precum și valorile lor scrise cu cifre arabe, în ordine aleatorie:

a.	$\overline{P}\overline{P}$	i.	12
b.	$\overline{F}\overline{P}$	ii.	47
c.	$\Gamma\overline{P}$	iii.	55
d.	$\overline{P}\overline{P}$	iv.	68
e.	$\overline{P}\overline{P}$	v.	76
f.	$\overline{P}\overline{P}$	vi.	85

Cerințe:

- a) Determinați corespondențele corecte care se stabilesc între cele două coloane.  
b) Scrieți în sistemul pentimal numerele 16, 34, 83, 92.

Sugestie de rezolvare:

Observăm că unul dintre exemple (punctul e.) este alcătuit din două caractere identice, iar, în lista de numere arabe, avem numărul 55 care, la rândul lui, conține două cifre identice.

Putem presupune astfel că e. corespunde numărului 55, de unde deducem că  $5 = \overline{P}$ .

Știind caracterul pentru 5, observăm că există un singur alt număr care conține cifra 5, anume 85. Astfel, acesta trebuie să corespundă exemplului d. De aici deducem două informații importante:

— cifra 8 este reprezentată prin  $\overline{P}$ ;

— scrierea numeralelor în sistemul pentimal respectă aceeași ordine ca în limba română, notându-se întâi cifra zecilor, apoi cea a unităților.

Observăm că cifra 8 apare într-un singur alt exemplu, rezultând că a. = 68 și, deci,  $6 = \overline{P}$ . Continuând același raționament, deducem că f. = 76 și  $7 = \overline{P}$ . Urmează b. = 47 și  $4 = \overline{F}$ . Rămâne un singur număr neatribuit, anume exemplul c. Acesta trebuie să corespundă numărului 12, și știind că cifra zecilor este scrisă înaintea celei a unităților, deducem că  $1 = \Gamma$  și  $2 = \overline{F}$ .

Astfel, corespondențele corecte sunt: a. - iv., b. - ii., c. - i., d. - vi., e. - iii., f - v.

Pe baza informațiilor de până acum, putem alcătui un tabel cu modul de reprezentare a cifrelor în sistemul pentimal:

1	2	4	5	6	7	8
$\Gamma$	$\overline{F}$	$\overline{F}$	$\overline{P}$	$\overline{P}$	$\overline{P}$	$\overline{P}$

În plus, observăm că la cerința (b) ni se cere să scriem numere ce conțin cifrele 3 și 9, care nu se regăsesc în exemplele date. Deducem, așadar, că, în baza unor raționamente inductive, trebuie să aflăm modul de formare a acestor cifre.

Acest lucru se face cu ușurință, uitându-ne la tabelul de mai sus. Astfel, toate cifrele pornesc de la o linie verticală. Pentru cifrele de la 1 la 4, se adaugă 1 -4 linii orizontale. Cifra 5 are, ca formă de bază, caracterul  $\overline{P}$ , iar pentru a obține cifrele de la 6 la 9 se adaugă numărul de linii corespunzător (pentru cifra 5 + X se adaugă X linii).

Astfel, simbolurile lipsă sunt:  $3 = \overline{F}$ ,  $9 = \overline{P}$ .

Putem corobora acum toate informațiile necesare rezolvării cerinței (b), respectiv lista simbolurilor corespunzătoare celor 9 cifre, precum și faptul că întâi se scrie cifra zecilor, urmată de cifra unităților, răspunsurile pentru cerința (b) sunt:

$16 = \Gamma\overline{P}$ ,  $34 = \overline{F}\overline{F}$ ,  $83 = \overline{P}\overline{F}$ ,  $92 = \overline{P}\overline{F}$ .

**Modalitate de redactare:**

- a) a-iv, b-ii, c-i, d-vi, e-iii, f-v.  
b)

$$16 = \Gamma P, 34 = FF, 83 = PF, 92 = PF$$

Reguli:

$10X + Y$  este scris  $XY$ . (Alternativ: "ordinea cifrelor este zeci - unități").

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Gamma$	$P$	$F$	$F$	$P$	$P$	$P$	$P$	$P$

**Problema 2. Reconstituirea operațiilor (autor: Steluța Neacșu)**

Reconstituți operația:

$$\begin{array}{r} A \quad B \quad + \\ A \quad B \\ A \quad B \\ \hline C \quad C \quad C \end{array}$$

Sugestie de rezolvare:

a) În rezolvarea acestui gen de probleme se ține cont de următoarele aspecte:

- literele sau simbolurile utilizate țin locul cifrelor;
- prima literă sau simbol nu poate fi 0;
- în cadrul aceleiași operații, o literă sau un simbol corespunde aceleiași cifre, dar diferită de toate celelalte;
- dacă în tot exercițiul este utilizată o singură literă sau un singur simbol, acesta poate reprezenta cifre diferite;
- în acest tip de probleme este folosită, în general, baza 10, dar nu neapărat. În acest caz, fie este specificată baza de numerație, fie enunțul conține informații care fac deductibilă baza de numerație.

b) Se analizează datele:

- termenii sunt numere identice de două cifre;
- suma este un număr de trei cifre identice;

c) Se fac deducții logice pe baza analizei de la pasul 1:

- cea mai mică valoare a sumei celor trei termeni este 30, iar cea mai mare este 294;
- suma este unul dintre numerele 111, 222, ..., 999;
- putem avea trecere peste ordin.

Pe baza pașilor anteriori, se încearcă eliminarea, prin raționament logic, a numărului de posibilități: deoarece cel mai mare număr  $AB$  este 98, iar  $98 + 98 + 98 = 294$ , înseamnă că  $C$  nu poate lua decât valorile 1 sau 2.

Se rescrie problema, utilizând noile informații:

I.  $AB + AB + AB = 111$  sau

II.  $AB + AB + AB = 222$ .

Se finalizează raționamentul și se notează soluțiile:

I. 3 .  $AB = 111$ , deci  $AB = 37$ , rezultând  $A = 3$ ,  $B = 7$ ,  $C = 1$ .

II. 3 .  $AB = 222$ , deci  $AB = 74$ , rezultând  $A = 7$ ,  $B = 4$ ,  $C = 2$ .

**Problema 3. Carelă (Graeme Trousdale, Olimpiada de Lingvistică din Regatul Unit - UKLO, 2015; traducere și adaptare în limba română de Vlad A. Neacșu)**

Limba carelă este o limbă fino-ugrică vorbită în Rusia de aprox. 35 600 de persoane. În organizatorul grafic de mai jos sunt date câteva numere scrise în limba carelă:

1 = yksi	18 =
2 = kaksi	19 =
3 =	23 = kakšikymmendä kolme
4 = neljä	28 =
5 = viisi	36 = kolmekymmendä kuuži
6 = kuuži	44 =
7 =	52 =
8 =	58 = viizikymmendä kahekšan
9 = yheksän	60 =
10 = kymmenen	67 = kuužikymmendä seiččemän
11 = yksitoista	74 =
12 = kakšitoista	80 =
13 = kolmetoista	81 = kahekšankymmendä yksi
14 = neljätoista	92 = yheksänkymmendä kaksi
15 =	99 =

a) Completați spațiile libere din tabel.

Notă: š = ș, č = ce din ceai, ž = ge din geam, ä și y sunt vocale.

Sugestie de rezolvare:

Uitându-ne la numerele 11-14, observăm că toate se termină în morfemul/secvența -toista. În plus, comparând perechile de exemplele 1 - 11, 2 - 12 și 4 - 14, putem deduce că numerele între 11 și 19 se formează prin adăugarea sufixului -toista la cifra unităților. Cu alte cuvinte, putem formula regula:  $10 + X$  se scrie X-toista, cu X între 1 și 9 (putem scrie  $X = 1,9$ ). Pe baza acestei reguli, putem completa tabelul cu numeralele 3 (kolme), 15 (viizitoista) și 19 (yheksantoista).

Rămâne să descoperim cum se formează numeralele mai mari decât 20. Pe baza informațiilor de până acum, este ușor de observat că acestea sunt formate din două cuvinte și că al doilea cuvânt reprezintă cifra unităților (comparând exemplele 3 - 23, 6 - 36, 1 - 81, 2 - 92). Astfel, deducem că 7 = seicceman (deoarece este al doilea cuvânt din scrierea numărului 67) și 8 = kaheksan (din scrierea numărului 58).

Știind că al doilea cuvânt reprezintă unitățile, ne așteptăm ca primul cuvânt să reprezinte zecile. Astfel, 20 = kaksikymmenda, 30 = kolmekymmenda, 50 = viizikymmenda. Comparând aceste cuvinte cu formele cifrelor 2, 3 și 5, observăm că zecile se formează prin adăugarea sufixului -kymmenda. Cu alte cuvinte, putem scrie regula  $10X = X-kymmenda$ .

Nu în ultimul rând, trebuie să menționăm că ordinea de alcătuire a numeralelor este zeci - unități. Altfel spus, întâi se scriu zecile, iar apoi unitățile.

**Modalitate de redactare:**

Reguli:

$$10 + X = X\text{-toista}$$

$$X = \overline{1,9}$$

$$10X = X\text{-kymmendä}$$

$$X = \overline{2,9}$$

$$10X + Y = X\text{-kymmendä } Y$$

$$X = \overline{2,9}, Y = \overline{1,9}$$

a)

1 = yksi	18 = kahekšantoista
2 = kaksi	19 = yhekšäntoista
3 = kolme	23 = kakšikymmendä kolme
4 = neljä	28 = kakšikymmendä kahekšan
5 = viisi	36 = kolmekymmendä kuuži
6 = kuuži	44 = neljjäkymmendä neljä
7 = seiččemän	52 = viizikymmendä kaksi
8 = kahekšan	58 = viizikymmendä kahekšan
9 = yhekšän	60 = kuužikymmendä
10 = kymmenen	67 = kuužikymmendä seiččemän
11 = yksitoista	74 = seiččemänkymmendä neljä
12 = kakšitoista	80 = kahekšänkymmendä
13 = kolmetoista	81 = kahekšänkymmendä yksi
14 = neljätoista	92 = yhekšänkymmendä kaksi
15 = viizitoista	99 = yhekšänkymmendä yhekšän

**Problema 4. Germană (autor: Vlad A. Neacșu)**

Limba germană aparține grupului vestic al limbilor germanice. Aceasta formează împreună cu neerlandeza un continuum dialectal. Limba germană este vorbită ca limbă maternă de majoritatea populației în Germania, Austria, Elveția, Luxemburg și Liechtenstein, în estul Belgiei, în sudul Danemarcei, în nordul Italiei, în voievodatul Opole al Poloniei și în regiunile Alsacia și Lorena din Franța. De asemenea, germana e vorbită ca limbă maternă de 45 mii de persoane în Cehia și de cca 110 mii de persoane în Ungaria. În România, limba germană este vorbită de circa 60 mii de persoane.

În timp ce Mihai călătorește în Germania, pe parcursul unei zile, acesta întreabă diferite persoane Cât este ceasul? (Wie viel Uhr ist es?). Mai jos sunt date răspunsurile pe care le-a primit, precum și traduceri ale acestora în limba română:

1. vier nach sieben	șapte și patru (minute)
2. funfundzwanzig nach acht	opt și douăzeci și cinci (de minute)
3. halb zehn	nouă și jumătate
4. vier vor zehn	zece fără patru (minute)
5. vierzig nach zehn	zece și patruzeci (de minute)
6. dreizehn vor neun	nouă fără treisprezece (minute)
7. zweiundfunzig nach acht	opt și cincizeci și două (de minute)
8. drei nach neun	nouă și trei (minute)

**a)** Traduceți în limba română:

**9.** dreiundvierzig nach vierzhen

**10.** halb sieben

**11.** achtzehn vor drei

**b)** Traduceți în limba germană:

**12.** opt și jumătate

**13.** șapte și cincisprezece (minute)

**14.** treisprezece fără douăzeci și șapte (de minute)

Notă: Litera u se pronunță asemănător grupului iu din iunie.

Sugestie de rezolvare:

Pasul 1. Se încearcă descoperirea topicii și, eventual, a unor conectori/conjuncții.

Se remarcă în toate construcțiile cu excepția celei de-a doua, prezența cuvintelor nach sau vor. Putem, așadar, deduce că acestea se traduc prin și și fără. Observând că toate construcțiile care au în germană particula nach (1, 2, 5, 7, 8) au în română particula și, iar toate construcțiile care au în germană particula vor au în română particula fără putem deduce că nach = și, iar vor = fără.

Uitându-ne la structurile 2 și 7, observăm că se repetă a doua parte a traducerii, nach acht. Deducem că în limba germană întâi se scriu minutele, după care se scrie ora.

Pasul 2. După aflarea topicii, încercăm să construim un dicționar, să aflăm traducerea a cât mai multe cuvinte.

Bazându-ne pe regulile descrise mai sus, din construcția 8 putem deduce că neun = nouă și drei = trei.

Similar, din 1 deducem: vier = patru, sieben = șapte, din 2 deducem: acht = opt, funfundzwanzig = douăzeci și cinci, din 4: zehn = zece, din 5: vierzig = patruzeci, din 6: dreizehn = treisprezece, din 7: zweiundfunzig = cincizeci și doi, iar din 3: halb = jumătate.

Pasul 3. Analizăm posibilele cazuri speciale.

Uitându-ne la construcția 3 vedem că traducerea acesteia în germană este halb zehn. Întrucât am aflat deja că zehn = zece, observăm că pentru orele de forma și jumătate se folosește în germană halb urmat de ora imediat următoare; cu alte cuvinte, ora X și jumătate se traduce în germană ca halb (X+1).

Pasul 4. Se încearcă începerea rezolvării cerințelor.

La cerința (a) observăm că apar trei cuvinte necunoscute: achtzehn, vierzehn, dreiundvierzig. Așadar, deducem că trebuie să căutăm și anumite reguli de formare a unor cuvinte sau, mai specific, modul în care se formează numerele compuse (mai mari ca 10).

Observăm că vierzig (patruzeci) este compus din vier (patru) și sufixul zig. Deducem că zig marchează zecile.

Uitându-ne la traducerea numeralilor douăzeci și cinci, respectiv cincizeci și doi observăm că ambele conțin particulele und și zig. De asemenea, ambele au în rest particulele zwei (respectiv zwan) și funf, dar în altă ordine. Cum deja am descoperit că zig se referă la numărul de zeci, iar această particulă este atașată la finalul cifrei zecilor, deducem că în germană întâi se citesc întâi unitățile, iar apoi zecile. Așadar deducem că zwei = doi și funf = cinci. Rămâne neexplicată particula und, despre care putem presupune că este o particulă de legătură între unități și zeci, similară cu și din română (douăzeci și șapte).

Observăm, de asemenea, că zwanzig (douăzeci) este un caz special, formându-se neregulat (cuvântul douăzeci în germană este zwanzig, deși ne-am aștepta să fie \*zweizig).

Așadar, putem scrie regula:  $10X + Y = Y\text{-und-X-zig}$ , unde X este între 2 și 9, iar Y este între 1 și 9, cu mențiunea că pentru X = 2, forma folosită este zwan, nu zwei. Deducem că dreiundvierzig = patruzeci și trei

De asemenea observăm că numeralul treisprezece (dreizehn) este alcătuit din particulele drei (trei) și zehn (zece). Așadar, putem deduce regula de formare a numeralilor între unsprezece și nouăsprezece, putând scrie astfel regula:  $10 + X = X\text{-zehn}$ , unde X este între 1 și 9. Mai departe, deducem că vierzehn = paisprezece, iar achtzehn = optsprezece.

#### Model de redactare:

Reguli:

$X$  și  $Y$  (minute) =  $Y$  nach  $X$

$X$  fără  $Y$  (minute) =  $Y$  vor  $X$

$X$  și jumătate = halb ( $X+1$ )

$10 + X = X\text{-zehn}$

$X \in \overline{1,9}$

$10X + Y = Y\text{-und-X-zig}$

$X \in \overline{2,9}; Y \in \overline{1,9};$  pentru  $X = 2$ : **zwei** > **zwan**

a)

9. paisprezece și patruzeci și trei (de minute)

10. șase și jumătate

11. trei fără optsprezece

b)

12. halb neun

13. funfzehn nach sieben

14. siebenundzwanzig vor dreizehn

#### Resurse bibliografice (selectiv):

1. Chrisomalis, Stephen, Numerical Notation: A Comparative History, Cambridge, Cambridge University Press, 2010;
2. Ifrah, Georges, Histoire universelle des chiffres, SEGHERS, 1981;
3. Ifrah, Georges, Les chiffres, Editions Robert Laffont, 1985;
4. Neacșu, Vlad Andrei, Olimpiada de Lingvistică. Ghid de Pregătire, București, Editura Universității din București - Bucharest University Press, București, 2022;
5. Way, Steve; Law, Felicia, Matemagia - Numere și alte enigme și poveștile din spatele lor, București, Didactica Publishing House, 2021;
6. Zaslavsky, Claudia, Africa counts: number and pattern in African cultures, Chicago, Chicago Review Press, 1999;
7. [https://cester.utcluj.ro/lectures/ComputerProgramming\\_I/02\\_baze\\_numeratie.pdf](https://cester.utcluj.ro/lectures/ComputerProgramming_I/02_baze_numeratie.pdf)
8. [https://ro.wikipedia.org/wiki/Numera%C8%9Bia\\_greac%C4%83](https://ro.wikipedia.org/wiki/Numera%C8%9Bia_greac%C4%83)
9. <http://gandirelogica.blogspot.com/2011/03/istoria-numerelor-partea-1.html>
10. <http://www.sf.airnet.ne.jp/~ts/language/number.html>

### Grupul de lucru

Nume și prenume	Instituția de apartenență
Roxana-Ștefania Ciobanu	Colegiul Național Spiru Haret, București
Constantin-Ciprian Nistor	Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație
Vlad Andrei Neacșu	City University of Hong Kong, Hong Kong SAR
Eleonora Steluța Neacșu	Colegiul Energetic, Râmnicu Vâlcea
Ana-Maria Udrescu	Colegiul Energetic, Râmnicu Vâlcea

### Anexa nr. 3

**MINISTERUL EDUCAȚIEI**  
**PROGRAMA PENTRU DISCIPLINA ȘCOLARĂ OPȚIONALĂ**  
**Matematică în natură și arte**  
**Clasele a VII-a/a VIII-a,**  
**învățământ gimnazial**  
**București, 2023**

### Notă de prezentare

Programa pentru disciplina opțională Matematică în natură și arte se adresează elevilor claselor a VII-a și a VIII-a, având alocată o resursă de timp de o oră pe săptămână, pe durata unui an școlar. Prezenta programă este în concordanță cu noua viziune centrată pe formarea de competențe. În proiectarea acestui opțional integrat s-au avut în vedere profilul de formare al absolventului de gimnaziu, programele școlare în vigoare, precum și competențele-cheie de învățare pe tot parcursul vieții definite în Recomandarea Consiliului Uniunii Europene din 22 mai 2018.

Această disciplină școlară opțională urmărește dezvoltarea unor noi competențe inter- și transdisciplinare, prin corelarea specificului mai multor arii curriculare: matematică și științe ale naturii, respectiv arte. Astfel, profesorului îi este oferită posibilitatea de a le prezenta elevilor și a îi ajuta să descopere, să aprofundeze sau să extindă seturile de competențe ale disciplinelor prevăzute în planurile-cadru de învățământ. În plus, această disciplină opțională contribuie la consolidarea unei culturi generale care conduce la dezvoltarea sensibilității și la creșterea înțelegerii diversității culturale.

La matematică, fiind disciplină de examen, numărul orelor alocate pentru corelarea conținuturilor matematice cu alte discipline tinde să devină din ce în ce mai mic, iar elevii percep matematica drept obiect de studiu de sine stătător, fără aplicabilitate practică, cu atât mai puțin corelând-o cu artele sau natura. De asemenea, disciplinele biologie și educație plastică se sprijină pe aparatul matematic pe care elevii îl au însușit deja, dar fără a se puncta neapărat rolul pe care matematica l-a jucat în obținerea rezultatelor specifice disciplinelor pe care ei le studiază (de exemplu, asemănarea la perspectivă, probabilități la genetică). Această programă de opțional își propune să coreleze între ele conținuturi studiate din diferite arii curriculare și să dezvolte noi competențe.

În predarea matematicii se pierde, de obicei, din vedere componenta ludică a activității didactice și a conținuturilor, disciplina fiind percepută, în general, de elevi ca aridă, neprietenoasă și fără utilitate practică. Această disciplină își propune să integreze matematica în viața cotidiană, să dezvolte elevilor motivația intrinsecă legată de actul învățării, știut fiind că ceea ce înveți de plăcere nu uiți niciodată. Disciplina opțională încurajează învățarea prin descoperire și studiu practic, dezvoltând abilitățile specifice mai multor discipline în vederea clarificării unei probleme din mai multe perspective, a formării unei gândiri inter- și transdisciplinare și a stimulării curiozității. Disciplinele de studiu completează, fiecare în funcție de propriul specific, procesul de învățare în vederea clarificării temelor investigate.

Interdisciplinaritatea este parte componentă a unui învățământ modern care are ca scop, la finalul traseului educațional, o integrare optimă a elevului în familie și societate. O cunoaștere holistică a lumii aduce cu sine o înțelegere profundă a micro- și macrocosmosului, a reperelor științifice și morale, precum și o adaptabilitate la condițiile sociale și economice actuale.

Această disciplină școlară opțională aduce plus-valoare prin contribuția directă la dezvoltarea cadrului curricular existent, prin abordarea integrată și prin promovarea competențelor-cheie pentru integrarea viitoare a elevilor pe piața muncii.

Prin parcurgerea acestei discipline opționale, elevii vor exersa activități de învățare al căror specific este inter- și transdisciplinar, acestea permițându-le să dobândească achiziții cognitive superioare.

### Competențe generale

1. Aplicarea conceptelor matematice în descrierea și explicarea unor noțiuni din artă și a relațiilor cu mediul natural
2. Explicarea operelor de artă și a realității, prin realizarea unor legături conceptuale intra- și interdisciplinare cu disciplinele STEM
3. Rezolvarea de probleme în cadrul unor investigații prin observarea și generalizarea unor modele sau regularități din mediul apropiat

### Competențe specifice și exemple de activități de învățare

1. Aplicarea conceptelor matematice în descrierea și explicarea unor noțiuni din artă și a relațiilor cu mediul natural
1.1. Identificarea elementelor matematice în construcții arhitecturale remarcabile și în natură - vizionarea și discutarea unor materiale video sau albume care au drept conținut construcții remarcabile și picturi celebre: Capela Palatină din Sicilia, Marea Moschee din Cordoba, Mona Lisa etc. - punerea în evidență a unor elemente de construcții geometrice observabile în construcții remarcabile și picturi celebre - studierea în natură sau cu ajutorul unor imagini a dispunerii frunzelor și petalelor și corelarea acestor observații cu noțiuni matematice - măsurarea diverselor părți ale corpului și efectuarea raportului dintre rezultatele obținute
1.2. Efectuarea de observații și calcule pentru obținerea termenilor din șirul lui Fibonacci - scurtă istorie despre Fibonacci și numărul de aur - definirea intuitivă a numărului de aur pornind de la împărțirea unui segment, respectiv de la fracții parțiale sau radical infinit
1.3. Utilizarea instrumentelor pentru construcții geometrice - folosirea riglei și a compasului pentru împărțirea în părți egale a unui segment, unghi sau cerc - construirea cu rigla și compasul a poligoanelor regulate: pătrat, pentagon, hexagon etc.
2. Explicarea operelor de artă și a realității, prin realizarea unor legături conceptuale intra- și interdisciplinare cu disciplinele STEM
2.1. Realizarea unor elemente de arhitectură cu ajutorul instrumentelor de geometrie - utilizarea construcțiilor cu rigla și compasul pentru obținerea modelelor decorative întâlnite la Marea Moschee din Cordoba, Capela Palatină din Sicilia, Marea Moschee din Damasc, Palatul Alhambra din Granada etc.
2.2. Analizarea unor elemente din natură și artă care „respectă” șirul lui Fibonacci - măsurarea distanțelor dintre frunzele dispuse pe tulpina unei plante și analizarea rezultatelor prin raportare la șirul lui Fibonacci, respectiv numărul de aur - analizarea numărului de petale ale florilor și raportarea rezultatelor la șirul lui Fibonacci; - analizarea raportului între diverse părți anatomice ale corpului omenesc și raportarea lor la numărul de aur - utilizarea unor imagini ale unor tablouri în care să se pună în evidență numărul de aur
3. Rezolvarea de probleme în cadrul unor investigații prin observarea și generalizarea unor modele sau regularități din mediul apropiat
3.1. Identificarea contextelor în care pot fi folosite noțiuni și raționamente matematice - identificarea altor discipline care aparțin sau nu curriculumului în care sunt identificate noțiuni matematice cunoscute de către elevi (geografie, astronomie etc.) - vizionarea de documentare
3.2. Utilizarea în diferite contexte din viața cotidiană a algoritmilor de construcție cu rigla și compasul și a rapoartelor termenilor șirului lui Fibonacci - realizarea de proiecte individuale sau în echipă cu teme corelate cu tematica parcursă - realizarea de machete care să evidențieze temele abordate - realizarea de materiale utilizabile în activități extracurriculare (parteneriate școlare, schimburi de experiență etc.)

### Conținuturi

Domenii de conținut	Conținuturi
Elemente matematice în construcții arhitectonice (simetrii, proporții, rapoarte)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construcții arhitectonice și specificul lor: Roma (Amfiteatrul Flavian/Colosseumul, Pantheonul, Forul lui Traian, Bazilica San Pietro), Atena (Partenonul), Sydney (Sydney Opera House), Barcelona (Sagrada Familia), Paris (Muzeul Luvru, Turnul Eiffel, Arcul de Triumf, Domul Invalizilor), Cairo (complexul de piramide din Giza), Praga (Podul Carol), India (mausoleul Taj Mahal), Washington DC (clădirea Pentagonului), New York (Zgârie-norii din cartierul Manhattan), București (Atheneul Român, Palatul CEC, Banca Națională a României) etc.</li> <li>• Structuri geometrice și plastice în lucrările marilor maeștri: Leonardo, Michelangelo, Donatello, Rafael, Bramante etc.</li> </ul>
Construcții cu rigla și compasul	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trisecția unghiului folosind rigla și compasul</li> <li>• Cvadratura cercului</li> <li>• Împărțirea cercului în părți egale. Construirea poligoanelor regulate</li> <li>• Elemente arhitecturale decorative construite cu rigla și compasul: frontonul, friza, arhitrava, coloanele doric, ogivele, contrafortii</li> <li>• Stilizare, motiv unic și motiv repetabil. Repetiția și alternanța. (rozete din arhitectura gotică și orientală: Catedrala din Chartre, Catedrala Notre Dame (Paris), Marea Moschee (Cordoba), Palatul Alhambra (Spania), mozaicuri romane: Castel di Guido,</li> </ul>

	Palazzo Massimo alle Terme (Roma), Basilica San Vitale (Ravenna), vitralii: rozasele din Catedrala din Orvieto (Italia) și Strasbourg (Franța)
Șirul lui Fibonacci, numărul de aur și importanța lor în diferite discipline	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Șirul lui Fibonacci. Numărul de aur</li> <li>• Construcția numărului de aur. Dreptunghiul phi</li> <li>• Lumea plantelor, a animalelor și numărul de aur</li> <li>• Corpul omenesc și numărul de aur</li> <li>• Importanța șirului lui Fibonacci în pictură și arhitectură</li> <li>• Piramidele din Egipt și numărul de aur</li> <li>• Henri Coandă și numărul de aur</li> </ul>

Notă!

Conținuturile sunt cu titlu ilustrativ. Profesorul poate selecta din listă acele exemple care corespund particularităților elevilor sau poate să propună alte conținuturi care să sprijine dezvoltarea competențelor.

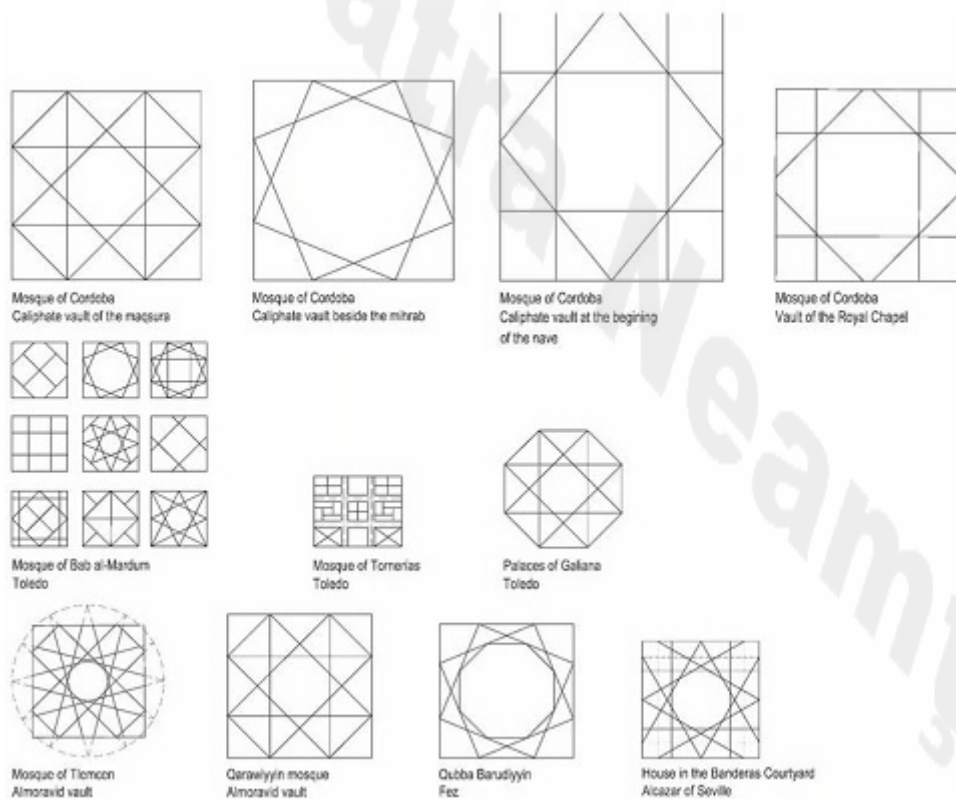
### Sugestii metodologice

În proiectarea și desfășurarea activităților se va avea în vedere experiența acumulată anterior de elevi în domeniile matematică, biologie și educație plastică/vizuală. Sarcinile de învățare se vor formula în ordine crescătoare a gradului de dificultate și vor fi adaptate nivelului de dezvoltare cognitivă a elevilor.

Introducerea noilor noțiuni se va face, în mare măsură, prin observare, măsurare și exersare. Nu se va insista pe conținuturi teoretice din matematică, biologie, educație plastică, ci se va pune accent pe dimensiunea aplicativă a matematicii în alte domenii, avându-se în vedere inter- și transdisciplinaritatea. Este indicată prezentarea de materiale scrise (planșe, albume de artă, atlase botanice, anatomice) sau video pe baza cărora elevii să fie dirijați în descoperirea elementelor ce țin de matematică și care se regăsesc în respectivele materiale.

Pentru realizarea construcțiilor geometrice, respectiv a structurilor și modelelor, se va porni de la elemente de bază: cerc (elemente de arhitectură obținute prin intersecția mai multor cercuri care au aceeași rază), triunghi echilateral, pătrat (împărțirea acestuia cu ajutorul compasului în 8, 12 sau 16 părți egale), hexagon (împărțirea acestuia în 12 părți egale), construcția pentagonului regulat cu rigla și compasul și, ulterior, combinații ale acestor construcții pentru generarea unor elemente decorative întâlnite în arhitectură.

De exemplu, la "Stilizare. Motiv unic, motiv repetitiv" se pot realiza construcții cu rigla și compasul ca în imaginile de mai jos:



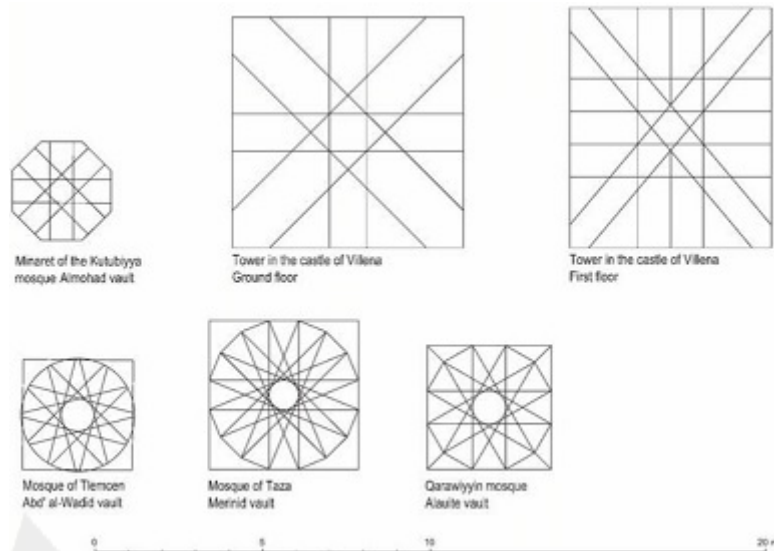


Figura 1. Modele geometrice regăsite în Al-Andalus și Maghreb. Sursa imaginii: <https://www.researchgate.net/publication/281197636> The Great Mosque of Tlemcen and the Dome of its Maqsuraem/figures?lo=1

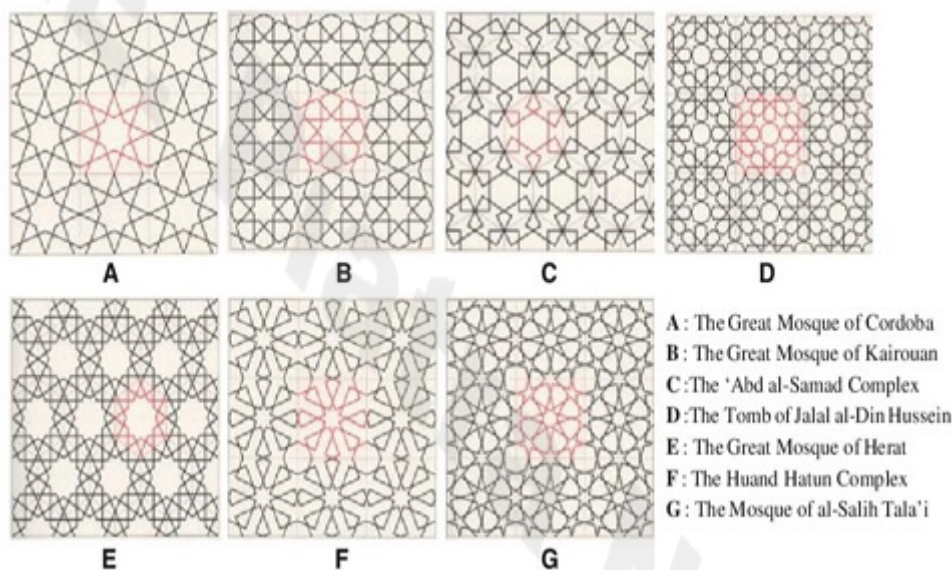


Figura 2. Modele repetitive în construcții arhitecturale celebre. Sursa imaginii: <https://www.researchgate.net/figure/Construction-study-on-seven-great-mosques-and-complexes-a-The-Great-Mosque-of-Cordoba-b-fig1-345857475>  
 Redăm mai jos două exemple de exerciții de construcție cu rigla și compasul. Primul este un exercițiu pur matematic (împărțirea hexagonului regulat în 12 suprafețe egale), în timp ce al doilea redă utilizarea acestor cunoștințe în artă. Astfel, vom reda pas cu pas construcția cu rigla și compasul a modelului repetitiv care se regăsește în Marea Moschee din Cordoba (conform figurii 2A).

**Exercițiul 1. Împărțirea suprafeței unui hexagon regulat în 12 suprafețe egale, folosind rigla și compasul.**

Pasul 1: Se desenează un cerc și un diametru orizontal. Pentru ușurință, notăm puncte de intersecție cu cercul A (în stânga) și B (în dreapta).

Pasul 2: Se fixează vârful compasului în punctul B și se desenează un cerc de aceeași rază cu primul (fie punctele de intersecție dintre cele două cercuri C (în partea de sus) și D (în partea de jos)).

Pasul 3: Se fixează vârful compasului în punctul C și se desenează al treilea cerc de aceeași rază cu primele două (punctele de intersecție cu primele două cercuri E (stânga sus) și F (dreapta sus)).

Pasul 4: Se fixează vârful compasului în punctul F și se desenează un cerc de aceeași rază cu primul (acesta va intersecta al doilea cerc și diametrul în punctul B).

Pasul 5: Se fixează vârful compasului în punctul B și se desenează un cerc de aceeași rază cu primul; se continuă cu desenarea a încă două cercuri de aceeași rază care au ca centru punctele de intersecție dintre cercul anterior desenat și cercul de la pasul 2.

Desenul final trebuie să conțină 6 cercuri în jurul unui același cerc (cel de la pasul 2).

Pasul 6: Prin unirea punctelor consecutive de intersecție dintre cele 6 cercuri exterioare cercului de la pasul 2 se obține un hexagon regulat.

Dacă se desenează diagonalele mari ale acestui hexagon regulat, ele vor intersecta cercul de la pasul 2 în 6 puncte care sunt, de asemenea, vârfurile unui hexagon regulat.

Dacă se unesc între ele mijloacele laturilor opuse ale celui de-al doilea hexagon regulat, se va obține împărțirea acestuia în 12 părți egale.

Atenție: unele dintre linii sunt doar linii ajutătoare, deci, la final, acestea pot fi șterse!

### Exercițiul 2. Realizarea modelului repetitiv care se regăsește la Marea Moschee din Cordoba (figura 2A)

Pasul 1: se desenează un cerc înscris într-un pătrat și apoi diagonalele lui și celelalte două axe de simetrie (orizontală și verticală). Se notează punctele de tangență (începând din stânga în sens invers trigonometric) cu A, B, C, respectiv D și punctele de intersecție ale diagonalelor cu cercul cu M, N, P, respectiv Q. Astfel, ordinea finală a punctelor va fi A, M, B, N, C, P, D, Q.

Pasul 2: Se unesc punctele M și C, C și Q, N și A, respectiv A și P (segmentele se prelungesc până intersectează laturile pătratului).

Pasul 3: Se unesc punctele M și D, D și N, Q și B, respectiv B și P (segmentele se prelungesc până intersectează laturile pătratului!).

Pasul 4: Notăm  $MC \cap BD = \{E\}$ ,  $CQ \cap BD = \{G\}$ ,  $MD \cap AC = \{H\}$ ,  $DN \cap AC = \{F\}$  CM intersectează latura pătratului în T, DM intersectează latura pătratului în S, DN intersectează latura pătratului în I, AN intersectează latura pătratului în J, AP intersectează latura pătratului în K, BP intersectează latura pătratului în L, BQ intersectează latura pătratului în Z, iar CQ intersectează latura pătratului în W. Se desenează (de preferat cu o culoare diferită, de exemplu roșu) segmentele SG, TE, EJ, IF, FL, KG, GW, ZG.

Pasul 5: Notăm  $MP \cap AN = \{A(1)\}$ ,  $NQ \cap CM = \{A(2)\}$ ,  $MP \cap CQ = \{A(3)\}$ ,  $NQ \cap AP = \{A(4)\}$ . Se unesc prin segmente (cu aceeași culoare de la pasul 4) punctele A, A(1), B, A(2), C, A(3), D, A(4), A.

Pasul 6: Se șterg liniile ajutătoare, iar desenul colorat în roșu reprezintă modelul.

Pasul 7. Modelul se poate continua la infinit repetând pașii 1-6 pornind de la un alt pătrat, congruent cu primul și care are o latură comună cu acesta.

Organizarea activităților de învățare (frontal, individual sau pe grupe) se adaptează particularităților clasei de elevi și resurselor materiale existente. Dacă este posibil, se recomandă vizite în care să fie observate elemente de arhitectură, tablouri sau plante, acestea putând fi complementate de măsurători care, ulterior, să fie analizate și corelate cu noțiunile teoretice.

Evaluarea urmărește modul de formare și dezvoltare a formării competențelor generale și specifice propuse, putându-se realiza:

- ca formă: frontal, asistată de calculator, prin lucrări scrise etc.;
- ca modalitate: conversație, observarea sistematică a activității și comportamentului elevului, lucrări tematice, proiecte sau portofolii etc.;
- ca instrumente: întrebări structurate, utilizarea de platforme de evaluare (de exemplu, Kahoot!), chestionare, lucrări scrise, portofolii etc.

Se recomandă metodele alternative de evaluare (investigație, portofoliu, proiecte tematice etc.), care încurajează dezvoltarea abilităților de lucru în echipă.

### Resurse bibliografice (selectiv):

1. Almagro, Antonio, The Great Mosque of Tlemcen and the dome of its maqsura, Al- qantara, 2015, DOI: 10.3989/ALQANTARA.2015.007;
2. Bătinețu-Giurgiu, Dumitru M., Stanciu, Neculai, Tica, Gabriel Leonard, Din tainele numerelor Fibonacci și Lucas, Editura SITECH, Craiova, 2013;
3. Broug, Eric, Islamic geometric patterns, Thames & Hudson Ltd., Londra, 2011;
4. Che Rahim, Mohd Idzham, Ibrahim, Marzuki, Daud, Mohd Zamani, Anuar, Nur Syafinaz Mohd, Development of Islamic Geometric Pattern in Jewellery Product Design, publicat în Contemporary Issues and Development in the Global Halal Industry, ed. Ab. Manan, Siti Khadijah, Rahman, Fadilah Abd, Sahri, Mardhiyyah, Springer, Singapore, 2016;
5. Dăncilă, Ioan, Construcții cu rigla și compasul, Editura Sigma, București, 2003;
6. Dăncilă, Ioan, Matematică distractivă clasele a VII-a și a VIII-a, Editura Sigma, București, 2012;
7. Ghyka, Matila, The Geometry of Art and Life, Dover Publications, Mineola, New York, 1977;
8. Muntean, Radu, Muntean, Gavrilă, Fibonacci, secțiunea de aur: arta și știință, Sesiunea de comunicări științifice "Arta și știința" a Universității Transilvania din Brașov, 2009;
9. Păduraru, Vasile, Construcții geometrice cu rigla și compasul - abordări metodice, Editura Stef, Iași, 2018;
10. Câmpan, Florica, Poveste despre numere măiestre, Editura Albatros, București, 1981;
11. <http://vasileteodor.ro/articol/numerele-lui-fibonacci-si-proportia-de-aur>

### Grupul de lucru

Nume și prenume	Instituția de apartenență
Eleonora-Steluța NEACSU	Colegiul Energetic, Râmnicu Vâlcea
Delia-Laura POPESCU	Facultatea de Chimie, Universitatea din București

Olga POPESCU	Scoala Gimnazială Take Ionescu, Râmnicu Vâlcea
Constantin-Ciprian NISTOR	Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație

-----

C.T.C.E. Piatra Neamt